

DER PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND XXVII.

I. *Das electrochemische Aequivalent des Silbers; zugleich eine experimentelle Prüfung erdmagnetischer Intensitätsmessungen¹⁾;*
von Friedrich und Wilhelm Kohlrausch.

§ 1. Das in dieser Mittheilung verarbeitete Material setzt sich aus zwei Messungsreihen zusammen, die wir in den Jahren 1881 und 1883 ausführten. Die beiden Versuchsreihen sind ganz unabhängig voneinander. Die zweite von ihnen wurde veranlasst durch eine Schwierigkeit, die sich bei der ersten Messung zeigte, nämlich zu einem genau verbürgten Werth für das Trägheitsmoment eines Magnets zu gelangen. Diese Schwierigkeit wurde freilich später durch die von Hrn. Kreichgauer²⁾ ausgeführte eingehende Untersuchung über die empirische Bestimmung von Trägheitsmomenten beseitigt. Mit Benutzung der Resultate von Kreichgauer führt auch unsere erste Messung zu einem Werthe des electrochemischen Aequivalents, der für sich hinreichend sicher steht; und von diesem Gesichtspunkte allein wird man die zweite Messung, die in der That zu fast genau dem gleichen Endresultat führt, kaum noch nothwendig finden.

Ausser der genauen Ermittelung des Weber'schen electrochemischen Aequivalents liegen aber bei näherer Betrachtung noch andere Fragen aus dem Gebiete der absoluten Messungen vor, zu deren Beantwortung gerade die so entstandene Vielseitigkeit unserer Messung beiträgt. Hierzu dürfen wir erstens eine einwurfsfreie exakte Vergleichung

1) Ein vorläufiger Bericht über die Arbeit wurde in den Sitzungsber. d. Phys.-med. Ges. zu Würzburg Jan. 1884 gegeben.

2) D. Kreichgauer, Wied. Ann. 25. p. 273. 1885.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XXVII.

verschiedener Methoden rechnen, um die für den Physiker bedeutendste erdmagnetische Constante, die Horizontalintensität, zu messen. Unseres Wissens liegt eine solche erfahrungsmässige Prüfung dieses wichtigen Punktes noch nicht vor, was sich nur aus der Umständlichkeit der Aufgabe erklären lässt. Ausser dem Gauss'schen Verfahren kamen dabei für uns zwei Methoden in Betracht, welche einer von uns kürzlich beschrieben hat.¹⁾

Zweitens waren uns neu construirte handliche Instrumente gegeben, um die Variationen der Stärke des Erdmagnetismus nach Ort und Zeit zu bestimmen, und es war wünschenswerth, an einem praktischen Ziele zu prüfen, wie weit diese Hülfsmittel ihrer Bestimmung genügen.

Ein schliesslicher, und zwar nicht der unbedeutendste Gesichtspunkt, der noch in Frage kommt, betrifft die Fehlergrenze, welche die absolute Strommessung auf electromagnetischem Wege zulässt. Von mancher Seite wurde die mögliche Leistungsfähigkeit dieser Messungen mit der Tangentenbussole nicht für eine sehr grosse gehalten, und zwar insofern mit einer gewissen Berechtigung, als der Beweis ihrer Genauigkeit niemals in ganz einwurfsfreier Weise erbracht worden war. Wenn nun auch eine andere Messungsmethode auf einem eleganten Wege seitdem, wie wir glauben, einwurfsfrei gemacht worden ist²⁾, so scheint es uns, dass, neben den unbestreitbaren Vorzügen jener Methode, doch auch die Tangentenbussole ihre grossen Vortheile bewahrt. Das letztere Instrument deswegen auf seine Leistungsfähigkeit bei absoluten Messungen zu prüfen, ist an sich eine lohnende Aufgabe.

Wir glauben, unsere Zwecke erreicht zu haben. Der aus unserer Messung abgeleitete Werth des electrochemischen Aequivalents:

$$1,1183 \frac{\text{mg Silber}}{\text{sec Amp.}}$$

enthält sicher keinen Fehler, der $\frac{1}{1000}$ des Ganzen erreicht.

1) F. K., Gött. Nachr. 1881. p. 281 u. 1882. p. 84; Wied. Ann. 17. p. 737. 1882. Letztere Veröffentlichung soll hier mit „l. e.“ citirt werden.

2) Lord Rayleigh, Phil. Trans. 2. p. 411. 1884.

Die Prüfung der magnetischen Messungsmethoden hat überall zu einem befriedigenden Ergebniss geführt, und nach unserer Erfahrung darf man sagen, dass auch die absolute Messung der Stromstärke auf dem Gauss-Weber'schen magnetischen Wege unter Anwendung aller Sorgfalt zu einer Genauigkeit gebracht werden kann, die keinem anderen Verfahren nachstehen dürfte.

§ 2. Der gleichzeitig mit unserer Arbeit von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick¹⁾ gefundene Werth 1,1179 stimmt, wie schon letztere bemerken, mit dem unserigen sehr gut überein, was um so erfreulicher ist, als die Methoden durchaus verschieden waren. Hr. Mascart²⁾ fand aus seiner Messung 1,1124, corrigirte diesen Werth dann aber auf 1,1156. Wir glauben nicht, dass die übrig bleibende Differenz auf einer Ungenauigkeit unseres Resultates beruhe.

§ 3. Wir werden die Ausführung der Arbeit ins Einzelne mittheilen. Einige allgemeine Bemerkungen mögen vorausgehen.

Die einfachste Methode, eine Stromstärke durch elektromagnetische Fernwirkung absolut zu messen, liegt in der Vereinigung des Bifilargalvanometers mit der Tangentenbussole. Man kann sich hierbei nicht nur von dem Erdmagnetismus, sondern auch von der Windungsfläche des Bifilargalvanometers frei machen, wenn man als dasjenige Magnetometer, auf welches der Strom im Bifilarringe seine Fernwirkung ausübt, die Nadel der Tangentenbussole nimmt. Durch passende Stromwendung lässt sich hier alles Nebensächliche eliminiren. Leider aber scheint diese Methode, wenn man den Vortheil dünner Aufhängedrähte geniessen, und wenn man nicht zu lästigen Dimensionen der Instrumente greifen will, auf lange andauernde Ströme von der Stärke, welche für die voltametrische Messung geeignet ist, nicht wohl ohne störende Erwärmungen des Bifilargalvanometers anwendbar zu sein.

Demnach musste unser Verfahren darin bestehen, dass

1) Lord Rayleigh u. Mrs. Sidgwick, Phil. Trans. 2. p. 411. 1884.

2) Mascart, Journ. de Phys. (2) 1. p. 109. 1883 u. 3. p. 283. 1884.

wir die erdmagnetische Horizontalcomponente für den Beobachtungsort in absolutem Maasse bestimmten und während der Messungen mit der Tangentenbussole ihre Variationen verfolgten.

§ 4. Als Beobachtungsraum war uns das sehr ruhig gelegene, eisenfreie Observatorium des physikalischen Instituts in Würzburg gegeben. Durch die Anwendung von Magneten von nur mässiger Stärke war es möglich, auf diesem Raum von etwa 30 qm alles für die magnetischen und electrischen Messungen Nothwendige zu vereinigen, wobei wir allerdings nicht leugnen wollen, dass eine grössere Fläche manche Erschwerung der Arbeit erspart haben würde.

Das Zusammenwirken zweier Beobachter war nothwendig, um die vielen ineinander greifenden Arbeiten, die grössttentheils auf einen kurzen Zeitraum zusammengedrängt werden mussten, mit der verlangten Genauigkeit auszuführen. Auch konnte nur die gegenseitige Controle bei den Einzelmessungen die Sicherheit bieten, dass keine Versehen vorkamen, von denen ein einziges die Arbeiten werthlos gemacht haben würde.

Auch die Rechnungen wurden alle mindestens doppelt geführt.

Zu den beiden Messungsreihen sind lauter verschiedene Instrumente zur Anwendung gekommen. Bei der ersten eine Tangentenbussole mit dickem Kupferringe und für den Erdmagnetismus das Gauss'sche und das von einem von uns beschriebene „bifilargalvanische“ Verfahren (l. c.). Zur zweiten Messung diente eine neu construirte Tangentenbussole mit einem Kupferdraht auf einer abgedrehten Glasscheibe und das „bifilmagnetiche“ Verfahren zur Bestimmung des Erdmagnetismus. Auch das bei der zweiten Bestimmung verwendete Magnetometer war ein von dem ersten in Anordnung und Material verschiedenes Instrument.

Die Instrumente stammten fast alle aus der mechanischen Werkstätte von E. Hartmann, damals in Würzburg.¹⁾ Die Bereitwilligkeit, mit welcher die Werkstätte

1) Jetzt Hartmann u. Braun in Bockenheim bei Frankfurt a. M.

uns während der Arbeiten jeden Augenblick zur Verfügung stand, müssen wir ausdrücklich anerkennen.

§ 5. Sollen wir über die Methoden und Instrumente nach unseren Erfahrungen ein vergleichendes Urtheil aussprechen, so geben wir unter den Tangentenbussolen derjenigen mit dem Drahte auf der abgedrehten Scheibe wegen ihrer prinzipiellen Unveränderlichkeit den Vorzug. Man könnte ja mit Maxwell auch noch geltend machen, dass der dicke Ring, wenn auch sehr unwahrscheinlicher, aber doch nicht absolut unmöglicher Weise inhomogen sein könnte. Allein, wenn wir für unseren Ring selbst einen Unterschied von 10 Proc. der Leistungsfähigkeit der inneren gegen die äussere Hälfte annehmen wollten, so würde die Stromwirkung auf den Mittelpunkt nur um $\frac{1}{4000}$ geändert werden. Solche Unterschiede kommen aber im Kupfer doch niemals vor.

Unter den erdmagnetischen Methoden verläuft die „bifilar galvanische“ bei weitem am raschesten, was in jeder Beziehung vortheilhaft ist. Doch stört die hygroskopische Veränderlichkeit des Gewichtes (§ 27) und die Erwärmung des Drahtringes durch den Strom (§ 24) für gewöhnliche Zwecke etwas. Bei der „bifilmagnetischen“ Methode ist höchstens die Zeit, welche bei dem Umlegen des Magnets verstreicht, unbequem, insofern sie für genaue Messungen die Beobachtung der Declinationsvariationen mit sich bringt. Sonst lässt dieses Verfahren nichts zu wünschen. Die meisten Umstände macht die Gauss'sche Methode.

Von den gewöhnlichen Magnetometern dürfte das „Elfenbeinmagnetometer“ (§ 17) das zweckmässigste sein. Jedenfalls ist es das einfachste.

Die Intensitätsvariometer haben sich beide recht gut bewährt. Wegen seiner Handlichkeit, der sehr einfachen Bestimmung der Empfindlichkeit, dann wegen der geringen Masse und daher der raschen Nachgiebigkeit gegen Temperaturschwankungen, wegen seiner äusserst geringen magnetischen Fernwirkung und endlich noch der Vielseitigkeit seiner Anwendung wird man dem Variometer mit den vier Ablenkungsstäben den Vorzug geben müssen. Als Instru-

ment für die örtlichen Variationen des Erdmagnetismus lässt dasselbe wohl nichts zu wünschen.

Die Normalmaasse. Massen-, Längen- und Zeitbestimmung.

§ 6. Als Grundlage für die Massen- und Längenmessung dienten ein Hundertgrammstück und ein in Centimeter, bez. Millimeter getheilter Meterstab mit Fehlertabelle auf $\frac{1}{200}$ mm, beide von der kaiserlichen Normalachungscommission erhalten. Zum Schlusse der Arbeit wurde unserer Bitte entsprechend der Stab wieder verglichen und innerhalb $\frac{1}{24000}$ unverändert befunden.

Zu feinen Längenmessungen diente ein Comparator, der aus einem Breithaupt'schen Kathetometermaassstab auf Silber in Millimeter getheilt hergestellt worden war, indem man das Fernrohr am Schlitten durch ein Mikroskop ersetzte. Glasscalen legt man am einfachsten direct auf das Normal auf und misst die Differenzen mit dem Comparator oder mit einem Mikroskop mit Ocularmikrometer.

Von der Zeit ist das electrochemische Aequivalent eigentlich unabhängig, da es eine Masse getheilt durch eine Electricitätsmenge, also, die letztere electromagnetisch gemessen, $= m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}}$ ist. Nur insofern bei einem Theile der erdmagnetischen Messungen die Schwerbeschleunigung in die Rechnung eintritt, kommt das absolute Zeitmaass in Betracht. Das gebrauchte Chronometer von Lenbach in München wurde durch Hrn. Dr. Strecker mit der Sonne verglichen. Danach ging das Chronometer in einem Tage 5,6 Sec. nach, d. h. es war:

1^oChronometer = 1 + 0,000 065 Secunden,
wonach die Zeitbeobachtungen corrigirt worden sind.

Ueber die Wägungen ist nicht viel zu sagen. Es dienten zu denselben zwei Wagen von Rüprecht und Bunge mit zugehörigen Gewichtssätzen, die man nach dem Normal mit Fehlertabellen versehen hatte. Der, bei Silber gegen Messing geringe, Auftrieb in der Luft wurde natürlich berücksichtigt. Die Schwankungen von Luftdruck und Temperatur zwischen zwei Differenzwägungen waren stets zu unerheblich, um die Rechnung zu beeinflussen.

Die einmal vorkommende Wägung eines Magnets wurde hinreichend entfernt von den wenigen Eisentheilen der Wage ausgeführt und mit einer zweiten Wage controlirt.

Ueber die Silberniederschläge vgl. § 14.

Scalenabstände.

§ 7. Die Entfernungen der Spiegel von den Scalen betrugen nahe 3000, bez. 3050 mm. Dieselben wurden mit einem 4 m langen fichtenen Stab von $3,5 \times 7$ cm Querschnitt gemessen, den man hochkant und in zwei Querschnitten, je in $\frac{1}{5}$ von den Enden gestützt hinlegte. Der Stab trug an den geeigneten Stellen Millimetertheilungen, um mit dem Normal verglichen zu werden, und dann für die Scalenabstände zu dienen. Um wegen der wenn auch kleinen Veränderlichkeit der Holzlänge leicht öfters vergleichen zu können, war noch ein gläserner Zweimetermaassstab von Hartmann vorhanden, den man auf das Normal bezogen hatte, und mit welchem man den Holzstab durch Auflegen und Ablesen mit der Lupe auf $\frac{1}{50}$ mm sicher vergleichen konnte.

Die genaue Messung eines Scalenabstandes ist meistens etwas unbequem. Wir bedienten uns zur Ausführung derselben zweier verschiedener Verfahren.

1881 war der Holzstab über seinen Nullpunkt hinaus rückwärts durch eine kleine spiegelnde Millimetertheilung verlängert; auf die letztere projicirte man die Coconfaden der Magnetnadel. Vor der Scala andererseits wurde von der Theilung des Holzstabes herab ein Senkel aus einem feinen Seidenfaden gehängt, dessen kleiner gemessener Abstand von der Scala zu der Strecke des Maassstabes hinzugefügt wurde.

1883 gebrauchten wir ein Contactverfahren, welches wegen seiner Bequemlichkeit und Genauigkeit und der Einfachheit der Hülfsmittel empfohlen werden möge. Es wurden nämlich ausser dem langen Holzstabe zwei kleine gläserne Spiegeltheilungen in Millimetern angewandt, die auf der entgegengesetzten Seite zu Contactpunkten zugespitzt waren. Die Abstände dieser Spitzen von den Theilstrichen waren mit dem Comparator ermittelt worden. Die Spitzen wurden mit

der Scala, bez. dem Spiegel in Berührung gebracht, wobei man auch die letztgenannte Berührung durch das Spiegelbild genau controliren konnte,

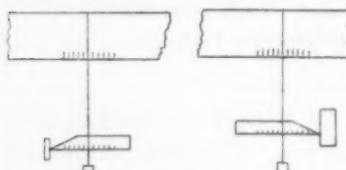


Fig. 1.

und nun senkelte man den Abstand der Theilungen von dem Holzstabe herunter ab, wie die Figur zeigt. Man konnte die Ablesungen leicht variieren, und die gemessenen

Scalenabstände werden auf 0,1 mm genau verbürgt werden können.

Die Geradheit der Scalen wurde mit einem gespannten feinen Faden controlirt, bez. eine Abweichung in Rechnung gesetzt.

Es ist kaum nöthig, zu erwähnen, dass von den von dem Licht durchlaufenden Glasdicken nur der 1,53. Theil zum Scalenabstand gerechnet wurde.

Die Spiegeldicke des absoluten Bifilmagnetometers war nicht genau bekannt. Man bestimmte die optische Dicke direct, als die Hälfte der Verschiebung, die man einem Mikroskop ertheilen musste, um dasselbe von dem deutlichen Sehen eines Punktes der Vorderfläche auf dessen Spiegelbild an der Hinterfläche einzustellen, gleich 1,37 mm.

Die Neigung eines Spiegels, sowie auch seine Krümmung können unter Umständen einen merklichen Einfluss auf die Grösse der beobachteten Ausschläge haben, den man wohl in der Regel nicht beachtet. Wir haben diesen Einfluss in den Scalenabstand aufgenommen (§ 33. 34).

Scalenausschläge.

§ 8. Für die Scalenausschläge an den Tangentenbusolen wurde stets ein von Wiegand in Würzburg in Millimeter getheilter Glasstab benutzt, dessen grösste relative Theilfehler 0,06 mm betrugen. Dieselben wurden mittels Auflegen auf das Normal durch den Comparator bestimmt.

Zu den absoluten erdmagnetischen Messungen diente 1881 noch eine Zweimeterpapierscala auf Holz. Die Millimeter-

theilung war nach dem Aufziehen von Hartmann hergestellt worden. Ihre relativen Fehler betragen weniger als 0,1 mm. Wegen der Unbequemlichkeit, die in dem von Zeit zu Zeit nothwendigen Nachmessen der Papierscala liegt, verwendeten wir 1883 nur noch Glasscalen von Wiegand.

Alle zur Beobachtung gekommenen Theilstriche der Scalens sind mit dem Normalmeter verglichen worden.

Die reducierten Scalenausschläge werden auf einige Hundertmillimeter als sicher angenommen werden dürfen.

Instrumentelle magnetische Localeinflüsse.

§ 9. Auf diesen Punkt glauben wir grosses Gewicht legen zu sollen. Durch die allgemeine Verbreitung des Eisens liegt fast überall die Gefahr vor, dass Körper magnetisch oder wenigstens magnetisch erregbar sind. Deswegen müssen alle Gegenstände, die für absolute Messungen mit Hülfe des Magnetismus dienen und den Magnetnadeln nahe kommen, geprüft werden.¹⁾

Diese Forderung haben wir ohne Einschränkung erfüllt. Manches Material musste infolge dieser Prüfung verworfen werden. Metalle in der Nachbarschaft der Nadeln wurden überhaupt thunlichst vermieden, und wo man sie nicht umgehen konnte, wandte man electrolytisches Kupfer an. Insbesondere das Messing ist, in Bestätigung der früher gemachten Erfahrungen, ein bedenkliches Material. Uns sind Messingschräubchen vorgekommen von solchem Magnetismus,

1) Ein sehr empfindliches Lehrgeld hat der eine von uns in dieser Beziehung früher entrichtet. Die vor 15 Jahren ausgeführte sorgfältige Messung des electrochemischen Aequivalentes des Silbers erwies sich zum Schluss der Arbeit von sehr zweifelhaftem Werth, weil man versäumt hatte, sich rechtzeitig gegen magnetische Localeinflüsse zu sichern. Der Betrag der Abweichung des damals gewonnenen Resultates um ungefähr $1\frac{1}{2}$ Proc. beweist, wie vorsichtig man in dieser Beziehung sein muss. (F. K., Pogg. Ann. 149. p. 170. 1873.) Ohne Vortheile war dieser frühere Versuch für uns übrigens auch abgesehen von diesem Lehrgeld sofern nicht, als die damals gemachten anderweitigen Erfahrungen eine gute Unterlage für die jetzigen Bestimmungen abgaben. Dazu dürfen wir auch die Anwendung des Silbers für die Electrolyse rechnen, welches Material sich damals gut bewährt hatte.

dass sie an einem Magnet haften blieben. Im Gegensatz dazu zeigten andere Messingstücke sich merklich unwirksam, ja sogar wohl schwach diamagnetisch.

Electrolytisches Kupfer äusserte meist eine sehr schwache Wirkung, die nach Umständen eine Spur Magnetismus oder Diamagnetismus bedeutete. Doch kommen nach der Verarbeitung auch wohl stärkere Wirkungen vor.

Was andere Gegenstände betrifft, so wollen wir Bekleidungsgegenstände, z. B. Halsbinden und Knöpfe, auch moderne Notizbücher nur kurz erwähnen. Aber auch Gegenstände, von denen man es kaum erwartet, wie Papierwaaren, erwiesen sich magnetisch. Meistens sind Papier und Holz begreiflich harmloser Natur. Elfenbein, Horn, in geringem Grade wohl auch Holz, in stärkerem Marmor, erwiesen sich in der Regel schwach diamagnetisch.¹⁾ Dass Gläser wohl eine schwache Anziehung zeigten, kann von electrischen Kräften herrühren.

Zur Prüfung diente meistens ein erdmagnetisches Bifilarvariometer²⁾, welches so gestellt wurde, dass der eine Pol seines kräftigen Magnets einer dünnen Glasdeckplatte sehr nahe kam. Die zu untersuchenden Körper wurden diesem Pole bis auf etwa 3 mm nahe gebracht. Die Empfindlichkeit des Instrumentes war so gross, dass z. B. ein Stäbchen feinsten Eisendrahtes von 1 mm Länge und 0,05 mg Masse 50° Ablenkung bewirkte.

§ 10. Bei dieser Verbreitung des Magnetismus und Diamagnetismus erscheint der völlige Ausschluss von Localeinflüssen fast unmöglich. Es kam also darauf an, dieselben auf einen unschädlichen Betrag herabzudrücken. Nun werden die Magnetismen in den genannten Materialien jedenfalls erst durch äussere Kräfte erregt, und die Einflüsse wachsen deswegen mit der Stärke der Magnetnadeln. Dies veranlasste dann dazu, nicht zu starken Magnetismus anzuwenden. Die grössten Stäbe hatten eine Länge von 16 cm. In den Unifilmagnetometern, denen man keine zu grosse Lufträume

1) Auch der blosse Finger stösst in der Regel ein wenig ab.

2) F. K., Wied. Ann. 15. p. 534. 1882.

geben wird, haben wir theilweise ganz schwache Nadeln ($M = 6$ [cm, g]) gebraucht. Selbst hier sind aber Localeinflüsse nicht vollständig weggefallen, wenn sie auch sehr klein waren.

§ 11. Diese Magnetometer wurden zur Ermittelung ihres Localeinflusses auf eine Alhidade gesetzt und mit der selben um gemessene Winkel nach links und rechts gedreht, während man die Spiegeleinstellung beobachtete. Die aus der Fadentorsion hervorgehende Ablenkung wurde natürlich in Rechnung gesetzt.

Dabei fand sich an dem 1881 gebrauchten Magnetometer kein merklicher Localeinfluss. Der gefundene Betrag von 0,00002, der im Resultat nur einen Fehler 0,00001 hervorbringen würde, kann von Beobachtungsfehlern herrühren.

Das 1883 gebrauchte „Elfenbeinmagnetometer“ (§ 17) dagegen gab eine deutliche Wirkung, und zwar in dem Sinne, dass die Nadel sich der Drehung des Instrumentes entgegends drehte. Es sind also an diesem Magnetometer die Ablenkungen infolge der eigenen Localwirkung zu gross gefunden worden. Die Ablenkung der Nadel erschien bis zu Drehungswinkeln von 10° den letzteren nahe proportional. Man fand das Verhältniss beider Drehungen im Mittel aus mehreren Beobachtungsreihen für Winkel von:

$$\begin{array}{ccc} 2,5 & 5 & 10^\circ \\ \text{gleich} & 0,00050 & 0,00053 & 0,00051. \end{array}$$

Bei dieser Constantz des Verhältnisses dürfen wir den Einfluss in die Rechnung einführen, indem wir das magnetische Feld im Magnetometer im Verhältniss:

$$1,00052$$

kleiner annehmen, als es an demselben Orte ohne das Instrument sein würde. (Im Resultat für den Erdmagnetismus H gibt das eine Correction $\Delta H/H = -0,00026$.)

Die Glastangentenbussole (1883) lieferte auch eine aber viel kleinere Einwirkung von gleichem Sinne, wie oben beschrieben, nämlich ein Verhältniss von 0,00005. Im Verhältniss:

$$1,00005$$

ist also in diesem Instrument das magnetische Feld verkleinert.

Woher diese Einflüsse stammen, insbesondere warum der eine soviel mal grösser ist, als der andere, ob Magnetismus, Diamagnetismus oder Electricität im Spiele ist, wollen wir nicht entscheiden. Für uns genügt hier, dass sie klein sind und hinreichend genau eliminiert werden.

Locale Variationen des Erdmagnetismus.

§. 12. Das magnetische Feld der verschiedenen Aufstellungspunkte unserer absoluten Messinstrumente wurde mit Hülfe des von einem von uns beschriebenen „Localvariometers mit vier Ablenkungsstäben“¹⁾ verglichen. Es zeigte sich dabei, dass diese Beobachtungen mit einiger Umsicht leicht bis auf weniger als $1/10000$ genaue Werte ergeben. Man wechselt mit den Beobachtungen an beiden Punkten in gleichen Zeitintervallen ab und behandelt das Instrument möglichst gleichmässig. Bei dem Drehen wird der Rahmen wegen der möglichen Erwärmung durch die Hand nur mit Handschuhen angefasst. Die zeitlichen Variationen des Erdmagnetismus wurden mittelst eines zweiten Instrumentes eliminiert.

Eine von Hrn. Krichgauer ausgeführte Vergleichung des südlichen Platzes für das Unifilar-magnetometer mit demjenigen des absoluten Bifilar-magnetometers am 8. Dec. 1883 möge als Beispiel hier Platz finden. n , bez. n' sind die Unterschiede der beiden Einstellungen der Nadel, wenn man den Rahmen mit den Ablenkungsstäben umlegte, für den Bifilar-, bez. den Unifilarplatz, corrigirt wegen der (sehr kleinen) zeitlichen Schwankungen. Man combinirt mit einer Beobachtung das Mittel aus der vorhergehenden und der folgenden am anderen Platz; diese Mittel sind eingeklammert. Multiplicirt man die Differenz $n' - n$ mit dem Reductionsfactor des In-

1) F. K., Wied. Ann. 19. p. 130. 1883. Wiedemann, Electr. 4. p. 915. 1885. Die Zugaben, welche G. Wiedemann an dem Instrumente angebracht hat, bezwecken eine Erleichterung der richtigen Aufstellung. Nothwendig sind dieselben aber nicht gerade, denn nach der l. c. gegebenen Anweisung ist die genügend orientierte Aufstellung auch ohne diese Hülfsmittel in kürzester Zeit ausführbar. Es kommt wesentlich nur darauf an, dass das Variometer an beiden Punkten gleich gerichtet ist.

strumentes 0,00032, so erhält man die relative Differenz der beiden magnetischen Felder $(H' - H)/H$.

Nr.	n'	n	$n' - n$	$\frac{H' - H}{H}$
1.	-23,53	—	—	—
2.	(-23,31)	-23,13	-0,18	-0,00006
3.	-23,10	(-23,07)	-0,03	-0,00001
4.	(-23,15)	-23,02	-0,13	-0,00004
5.	-23,21	(-22,97)	-0,24	-0,00008
6.	...	-22,92		Mittel -0,00003

Auf den Ort, an welchem 1881 das absolute Bifilar-galvanometer und die Gauss'schen Instrumente, 1883 das absolute Bifilar-magnometer aufgestellt waren, wir wollen ihn P nennen, sollen die Ueberschüsse $\Delta H/H$ des Erdmagnetismus an den anderen Beobachtungspunkten bezogen werden.

1881. Die bifilar-galvanische Methode benutzte ausser dem Punkte P zwei seitliche Punkte, an denen das Unifilar-magnetometer aufgestellt wurde. Es wurde für diese gefunden $\Delta H/H = -0,00001$, bez. $+0,00005$, im Mittel also $+0,00002$. Die absolute Intensität H , welche durch die Beobachtung als das Mittel für das Bifilar-galvanometer und das Magnetometer gefunden wird, ist also zunächst um $0,00001 \cdot H$ zu vermindern, um für den Ort P zu gelten.

Am Orte der Tangentenbussole wurde ferner $\Delta H/H = -0,00035$ gefunden.

Ausserdem übte das Bifilarvariometer einen verstärkenden Localeinfluss aus, der am Orte der Tangentenbussole um $0,00003$ kleiner war, als im Mittel auf die Instrumente für den Erdmagnetismus (§. 13).

Es ist also die Horizontalintensität am Orte der Tangentenbussole um $(-0,00001 - 0,00035 - 0,00003) H$:

$$= -0,00039 \cdot H$$

grösser als die durch die Beobachtung gefundene.

Fast ebenso gross ist die Correction des nach der Gauss'schen Methode gefundenen Resultates. Der Einfluss des Bifilarvariometers war für die Tangentenbussole um $0,00004$ kleiner als für die erdmagnetischen Instrumente. Die Correction beträgt also $(-0,00035 - 0,00004) H$

$$= -0,00039 \cdot H.$$

1883. An den Orten des Unifilmagnetometers wurde $\Delta H/H = -0,00005$, bez. $+0,00004$ gefunden. Hierzu der Eigeneinfluss des Unifilars (§. 11) gleich $-0,00052$ gibt $-0,00057$, bez. $-0,00048$, im Mittel also $-0,00052$; also wird die relative Correction des gefundenen H auf den Ort P gleich $+0,00026$. Hierzu kommt eine kleine Correction wegen eines bei den erdmagnetischen Bestimmungen aufgestellten Declinationsvariometers $= -0,00002$, zusammen also $+0,00024$.

Die Tangentenbussole hatte $\Delta H/H = -0,00043$, ferner war 1881 der bei der damaligen Stellung des Bifilarvariometers abschwächende Einfluss des letzteren für die Tangentenbussole um $0,00004$ kleiner als für die erdmagnetischen Instrumente, und endlich kommt für den Instrumentaleinfluss der Tangentenbussole selbst (§. 11) $-0,00005$. Dies ergibt zusammen eine Correction des durch Beobachtung gefundenen H um $(+0,00024 - 0,00043 + 0,00004 - 0,00005)H$, gleich:

$$-0,00020 \cdot H.$$

Zeitliche erdmagnetische Variationen.

§. 13. 1881 diente hierzu das „transportable Bifilmagnetometer“¹⁾ aufgestellt auf einer eingemauerten Steinconsole. Die messingenen Aufhängedrähte sind $1/20$ mm dick. Der Magnetstab war vor der Aufstellung 30 mal von 10° auf 50° erwärmt worden. Wachsende Ablesung bedeutete abnehmenden Erdmagnetismus.

Um die Unveränderlichkeit in der Stellung des Instruments zu controliren, wurde der feste Spiegel am Aufhängerohr gebraucht. Man drehte das Ablesefernrohr dabei mit der Schraubeneinstellung um seine Horizontalaxe, bis das Bild der Scala im Gesichtsfelde dieses Controlspiegels erschien. Die stets sehr kleinen Correctionen sind unten überall in Rechnung gesetzt.

Der in Theilen des Erdmagnetismus ausgedrückte Werth ε eines Scalentheiles der 2 mm-Scala in 2715 mm Abstand ergab sich²⁾ aus dem Torsionswinkel $40,1^\circ$ gleich $-0,000437^\circ$,

1) F. K., Wied. Ann. 15. p. 384. 1882.

2) F. K., Leitfaden d. prakt. Physik. 5. Aufl. p. 194. 1884.

aus der Ablenkung durch einen fernen Magnet gleich $-0,000\,429$, im Mittel also:

$$\varepsilon = -0,000\,433,$$

oder für 1 Scalentheil $\Delta H = -0,000\,433 \cdot 0,194$:

$$\Delta H = -0,000\,084 \text{ [cm, g].}$$

Der Temperaturcoefficient des Magnets wurde nach der Weber'schen Compensationsmethode bestimmt zu $0,000\,331$. Hr. Strouhal fand für denselben Stab $0,000\,356$; im Mittel $0,000\,343$. Hierzu kommt der Ausdehnungscoefficient des Messings $0,000\,019$, also zusammen $0,000\,362$. $+ 1^\circ$ Temperatur entsprach also einer zunehmenden Einstellung an der Scala um $0,000\,362 : 0,000\,433$ gleich:

$$0,84 \text{ Scalentheile.}$$

Man reducire alle Ablesungen auf 12° .

Der Erdmagnetismus war sehr ruhig, die Änderungen erfolgten langsam und gleichmässig, und es genügte also, in regelmässigen Zeitintervallen abzulesen. Die grösste Schwankung betrug 6 Scalentheile. oder $\Delta H/H = 0,0026$.

1883. 1. Das eben beschriebene Instrument war nur insofern abgeändert, als eine 1 mm-Scala gebraucht wurde, ferner dem zunehmenden Erdmagnetismus wachsende Scalentheile entsprachen, und als endlich nach den inzwischen von Strouhal und Barus gemachten Erfahrungen der Magnetsstab länger gekocht worden war, wodurch der Temperaturcoefficient freilich etwas vergrössert wird. Bei einem Torsionswinkel $44,7^\circ$ und dem Scalenabstande 2316 mm ist der Scalenwerth:

$$= +0,000\,218 \cdot H = +0,000\,0423.$$

Alle Ablesungen wurden auf $14,0$ reducirt. Der Temperaturcoefficient des Instruments wurde durch Beobachtung im kalten und warmen Zimmer und nach der Weber'schen Methode gleich $0,00052$ gefunden; also bedeutet 1° Temperaturwachsthum eine Änderung der Einstellung um:

$$-2,39 \text{ Scalentheile.}$$

Der Magnet hatte den Magnetismus $M = 1950$ [cm, g]. Die nördliche Componente seines Localeinflusses auf die absoluten Instrumente, von denen er mindestens 400 cm abstand, betrug höchstens $0,0001 \cdot H$. Der Einfluss ist nach

der Formel $k = \frac{3}{2} M/a^3 \cdot \sin 2\varphi$ in Rechnung gesetzt worden, wo a den Abstand, φ den Winkel bedeutet, den die Verbindungsline mit der Ostwestrichtung bildet.

2. Ausser dem Bifilarvariometer wurde 1883 ein Ablenkungsvariometer¹⁾ aufgestellt, dasselbe Instrument, welches eben auch für die Localvariationen gebraucht wurde (§. 12). Das Ablesefernrohr ist am Instrumente befestigt. Bei einem Scalenabstand von 506 Scalentheilen und einem Richtungswinkel von $33,0^\circ$ entsprach einem Scalentheil die relative Aenderung des Erdmagnetismus $\tan 33^\circ : 1012 = +0,000\,641$, oder:

$$\Delta H = +0,000\,641 \cdot 0,194 = +0,000\,124.$$

Der Temperaturcoefficient wurde, zusammen mit Hrn. Strecker, im kalten und warmen Zimmer zweimal bestimmt und gleich 0,000 981, bez. 0,000 978, im Mittel = 0,000 980 gefunden. $+1^\circ$ Temperatur bewirkt also die Zunahme der Einstellung um: $+1,53$ Scalenth.

Man reducire auch hier auf 14° .

Die erdmagnetischen Schwankungen waren beträchtlicher als 1881. Sie beliefen sich im Maximum auf $\Delta H/H = 0,0057$. Auch während einzelner Beobachtungssätze, z. B. während der zweiten absoluten Bestimmung von H , waren fortwährend Schwankungen zu verzeichnen, sodass man die Variationsinstrumente zu jeder einzelnen Beobachtung ablesen musste.

Die Temperatur änderte sich nur wenig, nämlich 1881 zwischen $11,6$ und $13,7^\circ$, und 1883 zwischen $13,7$ und $15,4^\circ$. In den Mittelwerthen würden sich die Temperatureinflüsse auch ohne Correction fast herausheben.

Voltameter.

§. 14. Die Silberlösungen wurden aus Höllenstein, von Rössler in Frankfurt a. M. oder von Morelli in Würzburg bezogen, in reinem Wasser bereitet. Verunreinigungen der Salze liessen sich nicht nachweisen. Die Anoden bestanden aus reinem Silber. Auch am Schluss der Versuche trat bei Uebersättigung mit Ammoniak vollkommene Lösung des anfänglichen Niederschlags ohne blaue Farbe ein.

1) F. K., Wied. Ann. 15. p. 545. 1882; s. auch 19. p. 190. 1883.

Tiegelvoltameter (Fig. 2). Das eine Voltameter hatte die von Poggendorff gegebene Form. Die Kathode wurde von einem Platintiegel mit etwa 20 qcm wirksamer Oberfläche gebildet. (Ein schon oft für voltametrische Zwecke gebrauchter Silbertiegel gab keine constanten Wägungsresultate. Wiederholtes Auswaschen liess immer noch eine Abnahme des Gewichts wahrnehmen.) Der Tiegel stand in einem cylindrisch gebogenen Platinblech, welches mit einer Stromklemme versehen war. Die Abwesenheit eines Nebenschlusses in dem Holzboden wurde mit einem sehr empfindlichen Galvanometer nachgewiesen.



Fig. 2.

Um das Herunterfallen von Theilen der durch den Strom gelockerten und mit Sauerstoffverbindungen bedeckten Anode zu vermeiden, wird letztere gewöhnlich mit Fliesspapier oder losem Zeugstoff umgeben. Wir wünschten, organische Stoffe von der Silberlösung fernzuhalten und hängten deswegen in den Tiegel unter die Anode ein Glasschälchen, welches mit drei angeblasenen gebogenen Glasfäden von dem Tiegelrande getragen wurde. Diese Vorrichtung bewährte sich sehr gut.

Hebergoltameter (Fig. 3). Ein Silberblech von etwa 10 qcm wirksamer Fläche als Kathode, von einem federnen Platinblech getragen, tauchte in die Silberlösung in einem kleinen Becherglase. Die Silberanode stand in etwa 3 cm Abstand im gleichen Glase. Aber schon den zweiten Versuch musste man ausschliessen, weil sich auf dem Boden des Glases kleine Körner vorhanden, von denen man nicht wusste, ob sie von der Anode oder der Kathode stammen (1881, Versuch Nr. 2). Zunächst wurden nun zwei Gläser mit überbrückendem, 15 mm weitem, möglichst kurzem Heberrohr gebraucht; mittelst eines Saugrohres mit Hahn füllte man den Heber. Dies ist wohl die sauberste Anordnung, allein die Widerstandsänderung durch die Stromwärme bewirkt unter gewöhnlichen Verhältnissen anfangs ein rasches Anwachsen des Stroms. Durch die Anwendung starker Säulen

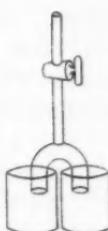


Fig. 3.

(25 Volt) und einen Widerstandsballast (100 S.-E.) liess die Aenderung sich aber hinreichend einschränken.

Becherglasvoltameter (Fig. 4). Schliesslich kamen wir auf ein einziges Becherglas zurück, aber mit einem halbkreisförmigen gestielten Glasschälchen, in welchem die Kathode stand. Man hob Kathode und Schälchen zugleich heraus.



Fig. 4.

Die Voltameter wurden folgendermassen behandelt. Vor dem Versuch wurde ein frischer Silberniederschlag gegeben, wenn er nicht schon vorhanden war, um bei der Differenzwägung zwei gleiche Oberflächen zu haben. Von Zeit zu Zeit kratzte man die Niederschläge ab.

Nach dem Versuch wurde erst kalt, dann heiss ausgewaschen, bis das erkaltete Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung mehr gab. Es genügten zu dem Zweck stets wenige Waschungen. Dabei stand die Kathode aus Silberblech in einem kleinen Becherglase, um abfallende Körnchen eventuell nicht zu verlieren. Das Blech wurde dann im Luftbade bei etwa 150° getrocknet, der Tiegel unter den üblichen Vorsichtsmaassregeln über der Flamme.

Etwa 10 Minuten nach dem Erkalten war das anfangs etwas zunehmende Gewicht merklich constant geworden. Doch wartete man mit der endgültigen Wägung noch etwas länger. Das Gewicht hielt sich dann sehr constant. Z. B. fand man die Blechelectrode, die schnell abkühlte, an der Bunge'schen sehr empfindlichen Wage nach dem heissen, wiederholten Auskochen und Erhitzen:

4	6	10 min;	nochmals:	6	18	23 min;
3,13595	609	613 g;		3,13610	613	613 g.

Auch von einem zum anderen Tage traten keine Differenzen von 0,1 mg ein.

Absichtlich wandten wir verschiedene Lösungen an. Einflüsse derselben liessen sich nicht constatiren. Nur einmal (1883 Versuch Nr. 4) schien es zuerst so, indem bei dem Gebrauch einer 50prozentigen Lösung von krystallisiertem Silbernitrat im Tiegel daselbst zuerst ein etwa 3 mg grösserer Niederschlag gefunden wurde. Es zeigte sich aber

gleich, dass etwas nicht in Ordnung war. Denn zunächst nahm, was sonst niemals vorkam, das Tiegelgewicht nach weiterem Auskochen um 0,6 mg ab, und das Waschwasser hatte eine grünlich gelbe Färbung. Es gab mit Salzsäure keinen Niederschlag, aber beim Eindampfen einen wenig bräunlichen Rückstand. Die Originallösung, mit Ammoniak versetzt, gab den braunen, im Ueberschuss löslichen Niederschlag. Letztere Lösung war gelblich.

In dem Vorrath von krystallisiertem Silbernitrat liess sich später im hiesigen chemischen Laboratorium ein fremder Stoff nicht nachweisen. Als ferner vergleichende Bestimmungen der electrischen Niederschläge aus Lösungen von diesem Salz und von Höllenstein gemacht wurden, fanden sich auch keine auffälligen Differenzen mehr.

Es musste also irgend eine unaufgeklärte Verunreinigung in der betreffenden Lösung gewesen sein. Wir haben diesen einen Niederschlag von der Berechnung ausgeschlossen.

§ 15. 1881. Tangentenbussole mit dickem Kupferringe.

Das Instrument wurde schon früher beschrieben.¹⁾ Der Stromring besteht aus einem abgedrehten Kupferstreifen mit rechteckigem Querschnitt von der Dicke $h = 0,41$ cm und der Breite $b = 0,86$ cm. Der Durchmesser beträgt beiläufig 40 cm. Der Ring ist durch ein hölzernes Dreieck versteift.

Das zugehörige Magnetometer²⁾ hat einen magnetisierten Stahlspiegel an einem 14 cm langen Coconfaden mit Torsionskreis und ist mit einem Töpler'schen Dämpfungsflügel aus Seidenpapier in leichtem Metallrahmen versehen.

Messung des Halbmessers. Diese Messung geschieht mit dem Comparator, zu welchem Zwecke der Ring mit der Holzversteifung abgenommen und horizontal gelegt wird. Es ist nicht zu vermeiden, dass die auf der Drehbank hergestellte Kreisgestalt des Ringes bei dem Loskitten von der Unterlage und bei der Verbindung mit dem Holzdreieck ein wenig beeinträchtigt worden sei. Es wurden deswegen sechs verschiedene Durchmesser bestimmt.

1) F. K., Wied. Ann. 15. p. 552 u. Fig. 1 Taf. 8. 1882.

2) ib. p. 550 u. Fig. 1 Taf. 8.

Die Ränder des Ringes waren scharf abgedreht; wie der Erfolg zeigte, würde es genügt haben, auf die Ränder einzustellen. Vorzuziehen ist indessen ein Contactmessungsverfahren, welches folgendermassen einfach hergestellt wurde. (Fig. 5.)



Fig. 5.

deren verticale Seite schwach convex war, während die horizontale Seite einen kleinen, scharfen Zahn als Reisser trägt. Mit dem letzteren zieht man an den zu messenden Stellen der ebenen Ringfläche einen mit der Peripherie parallelen kleinen Strich auf dem Kupfer, indem man die benachbarte convexe Seite des Ausschnittes an die eine Cylinderfläche des Ringes andrückt. Dies thut man an den Enden eines Durchmessers von innen und von aussen und erhält so Paare von Strichen, die von der Innen- und Aussenfläche des Ringes gleich weit abstehen.

Damit die Richtung des Bleches bei dem Ziehen des Striches eine genau radiale ist, befindet dasselbe sich an einem Holzstabe, der mit einem Schlitz am anderen Ende über einen im Mittelpunkte des Ringes angebrachten Zapfen greift. Nachdem die inneren Marken gezogen sind, wird das Blech umgekehrt an diesem Stabe befestigt und die äussere Reihe von Marken gerissen.

Es wurden zur Controle je zwei Paare von solchen Marken gezogen.

Dasselbe geschah dann auf der Hinterfläche des Ringes.

So erhielt man für jeden Durchmesser sechs Messungen, aus denen die Mittelwerthe sich ergaben (für 16°):

Durchmesser Nr. 1	2	3	4	5	6
$2R = 40,286$	40,266	40,300	40,296	40,297	40,297 cm

Die einzelnen Gruppen der Messungen liefern je die Mittelwerthe:

	Ränder	äußere Marken	innere Marken
vorn	40,294	40,294	40,293 cm
hinten	288	287	286 "
Mittel	291	291	289 "

Der Unterschied von 0,007 cm des Durchmessers, wenn er vorn und hinten gemessen wird, röhrt offenbar davon her, dass der Ring nicht ganz genau senkrecht abgestochen war. Der Einfluss hebt sich natürlich bei der Mittelnahme heraus. Im übrigen betragen die Abweichungen der verschiedenen Resultate voneinander nur 0,002 cm oder $\frac{1}{20000}$ des Ganzen.

Reduciren wir zugleich auf unsere Beobachtungstemperatur 13° , so wird der mittlere Halbmesser der Tangentenbussole: $R = 20,1440$ cm.

Reductionsfactor. Der Strom i in einem Kreisringe von rechteckigem Querschnitte mit der Dicke h und der Breite b übt auf den Magnetpol 1 im Mittelpunkt die Kraft aus¹⁾:

$$i \cdot \frac{2\pi}{R} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{h^2}{R^2} - \frac{1}{8} \frac{b^2}{R^2} \right).$$

Der Ring ist aufgeschnitten, an dieser Stelle wieder fest verbunden und hat Zuleitungsstücke; die hieraus stammende Correction besteht in einer Verminderung der obigen Kraft um:

$$i \frac{al}{R^2} \frac{R + \frac{1}{2}l}{(R + l)^2},$$

wo l die Länge der Zuleiter, a den Abstand ihrer Mittellinie voneinander bedeutet.

Von den Enden der geradlinigen Zuleitungsstücke an bestehen die Verbindungen aus zwei gleichmässig um einander gewundenen besponnenen Drähten (Fig. 6), von deren Wirkungslosigkeit auf die Nadel man sich durch Versuche mit starken Strömen überzeugte. Die vollkommene Isolation wurde mit einem empfindlichen Galvanometer constatirt.

Nadellänge. Der Magnet bestand aus einem kreisförmigen Stahlspiegel vom Durch-

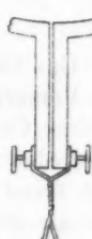


Fig. 6.

1) Gleichmässige Ausfüllung des Querschnittes durch den Strom ergibt $\frac{1}{12} \frac{h^2}{R^2}$. Die Stromdichtigkeit ist hier aber dem Halbmesser des Ringelementes umgekehrt proportional.

messer δ . Nach den mit Hallock ausgeführten Versuchen¹⁾, die sich eben auf diese Stahlscheibe bezogen, ist hier als äquivalente Nadellänge einzusetzen $2\varrho = 0,80 \cdot \delta$, d. h. der Correctionsfactor wegen der Nadellänge für die Kraft des Stromes beträgt:

$$1 + \frac{1}{4} \frac{\varrho^2}{R^2} = 1 + 0,12 \frac{\delta^2}{R^2}.$$

Die Correction wegen des Heraustretens der Nadel aus der mittleren Stromebene ist sehr klein. Es genügt, sie für den Fall einer gleichmässigen Magnetisirung der Scheibe vom Durchmesser 2ϱ zu berechnen. Für einen Ablenkungswinkel ω entsteht dann der Correctionsfactor:

$$1 - \frac{1}{16} \frac{\varrho^2}{R^2} \sin^2 \omega = 1 - 0,45 \frac{\delta^2}{R^2} \sin^2 \omega.$$

Im ganzen also beträgt das Drehungsmoment des Stromes i auf die Nadel vom Magnetismus M :

$$\begin{aligned} iM \frac{2\pi}{R} & \left(1 + \frac{1}{8} \frac{h^2}{R^2} - \frac{1}{8} \frac{b^2}{R^2} - \frac{al}{2\pi R} \frac{R + \frac{1}{2}l}{(R + l)^2} \right. \\ & \left. + 0,12 \frac{\delta^2}{R^2} \right) \cos \omega \left(1 - 0,45 \frac{\delta^2}{R^2} \sin^2 \omega \right). \end{aligned}$$

Die gemessenen Grössen $R = 20,1440$, $h = 0,41$, $b = 0,86$, $l = 13$, $a = 0,52$, $d = 2,08$ cm eingesetzt, wird der Correctionsfactor in der Klammer:

$1 + 0,00007 - 0,00023 - 0,00129 + 0,00128 = 0,99983$, und das Drehungsmoment wird:

$$\frac{iM}{3,20656} \cos \omega \left(1 - 0,0048 \sin^2 \omega \right).$$

Das Correctionsglied in der Klammer wurde bei unseren Versuchen höchstens $= 0,000013$. Man hat die erforderliche Correction bei den Versuchen in ω aufgenommen.

Bedeutet endlich H die erdmagnetische Horizontalintensität, i und Θ den Torsionscoefficienten, so ist das die Nadel zurücktreibende Drehungsmoment gleich:

$$MH(1 + \Theta) \sin \omega.$$

Es war: $\Theta = 0,00021$.

1) F. K. u. Hallock, Gött. Nachr. 1883. p. 401; Wied. Ann. 22. p. 411. 1884.

Aus der bei 13° gemessenen Ablenkung ω der Nadel erhält man schliesslich die Stromstärke i :

$$i = 3,20724 H \operatorname{tg} \omega (1 + 0,0048 \sin^2 \omega).$$

§ 16. Tangentenbusssole 1883. (Fig. 7 u. 8.)

Da die hier gebrauchten Ströme nicht etwa einen dicken Leiter verlangen, so genügt ein einfacher Kupferdraht, wenn

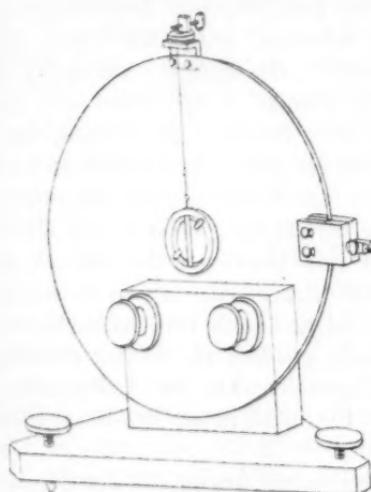


Fig. 7.

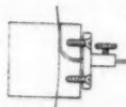


Fig. 8.

er eine constante Gestalt hat. Die folgende Construction einer Tangentenbusssole hat sich sehr gut bewährt.

Eine Glasscheibe von 8 mm Dicke wurde auf einen Halbmesser von etwa 20 cm rund gedreht und auf der abgedrehten Fläche mit einer (sehr flachen) Rinne versehen. Zwei

Backen aus Hartkautschuk (Fig. 8), die mittelst zweier kupferner Muttern an der zu diesem Zwecke durchbohrten Scheibe befestigt sind, lassen zwischen sich einen Gang, um die Drahtenden durchzuführen. Sie sind so abgerundet ausgefeilt, dass die Drahtenden nach ihrer Durchführung unter den Bodenplatten von kupfernen Zuleitungsklemmen mit einer Flachzange angespannt werden können. Während dieser Operation liess man den auf die Peripherie der Scheibe aufgezogenen, 0,058 cm dicken Kupferdraht von einem kräftigen Strom erwärmen, sodass der Draht sich nach dem Erkalten fest anlegte. Er wurde dabei überall in die Mitte der flachen Rinne gebracht.

Die Mitte der Scheibe ist zu einem Durchmesser von 5,8 cm kreisförmig ausgebohrt und trägt in dieser Durchbohrung einen aus zwei Theilen bestehenden kleinen Schutzkasten aus Elfenbein.¹⁾ Der eine Theil ist in die Scheibe eingekittet, der andere wird nach dem Einführen der Magnetnadel mit kleinen Elfenbeinmuttern an ersterem befestigt. Zwei Glasdeckel schliessen die mit einem ebenen Falz versehenen Oeffnungen. In der kreisförmigen Durchbohrung des Kästchens ($2r = 2,8$ cm) schwingt mit etwa 1 mm allseitigem Spielraume ein leichter Glasspiegel, auf welchen mit einem Tröpfchen Schellackfirniss in der Mitte (um das Verwerfen des dünnen Spiegels zu verhüten) ein kleiner Magnet, aus einem Stückchen Uhrfeder gebildet, aufgeklebt ist.

Der Aufhängecocon²⁾ ist an einem kleinen kupfernen Torsionskreise mit Aufwindevorrichtung, welchen die Glasscheibe oben trägt, befestigt und hängt vor der Scheibe in etwa 1 mm Abstand. Er tritt durch eine kleine Oeffnung des Schutzkastens hindurch, welche durch zwei halbcylindrische Rinnen der Elfenbeintheile gebildet ist. Gegen etwaige Luftströmungen schützt nöthigenfalls noch ein Halbcylinder, den man als Bedeckung des Coconfadens an die Glasplatte kleben kann.

Die Nadel ist demnach ein wenig ausserhalb der Stromebene aufgehängt.

In dem Elfenbeinkästchen bildet nun der Spiegel selbst einen Töpler'schen Luftdämpfer, indem mittelst zweier

1) Elfenbein ist wegen seiner hygroskopischen Gestaltänderungen nicht unbedingt geeignet für diese Zwecke. Kittet man sehr knapp ein, so kann das Elfenbein die Scheibe sprengen. Hartkautschuk ist wegen der Electricität bedenklich; vielleicht sollte man Horn oder auch Buchsbauum nehmen, wenn letzteres sehr trocken ist. Hr. E. Hartmann hat auf unsre Veranlassung eine entsprechende Construction der Tangentenbussole auch in Marmor ausgeführt, wobei das besondere Gehäuse wegfällt und die Nadel centrisch hängt. Wegen des Diamagnetismus des Marmors haben wir uns gescheut, diese im übrigen sehr empfehlenswerthe Construction anzuwenden.

2) Bei der sehr geringen Last kann man einen ganz schwachen Faden (von dem inneren Ende eines Cocons) nehmen und erhält leicht einen Torsionseoeffizienten kleiner als $\frac{1}{10000}$.

dünner Elfenbeinstäbchen, die bis etwa $\frac{3}{4}$ mm vorn, resp. hinten an den Spiegel herantreten, die Schachtel in vier Kammern getheilt ist. Diese Dämpfung beruhigt die geringe Masse in wenigen Secunden; man kann auch die vordere Scheidewand weglassen und behält Dämpfung genug übrig.

Die Glasscheibe wird von einem Holzgestell mit Fuss-schrauben getragen.

Messung des Halbmessers; 1. vor dem Aufwinden des Leitungsdrahtes. Ein feiner, harter, 0,006 cm dicker Messingdraht wurde über Rollen geführt, durch ein Gewicht von 50, resp. 75 g constant horizontal gespannt und mit zwei Marken aus fest angebundenen Coconfäden versehen, die eine Drahlänge ungefähr gleich der Länge des Scheiben-umfanges zwischen sich lassen. Man misst den Abstand der Marken mit dem Comparator. Mit derselben Spannung wurde nun dieser feine Draht auf die Glasscheibe aufgerollt, welche zu diesem Zwecke auf die Scheibe einer Centrifugalmaschine horizontal aufgeklebt war. Eine kleine ad hoc an der Glasscheibe befestigte Millimetertheilung liess mit der Lupe bestimmen, um wieviel die zwischen den Marken befindliche Drahlänge kürzer oder länger war, als der Umfang der Scheibe. Die Ablesungen wurden wiederholt ausgeführt.

Man fand für 15° die Drahlänge, welche die Rinne in der Scheibe gerade umschloss, bei drei Messungen:

gleich 124,530, 124,530, 124,529 cm,
im Mittel gleich 124,5297 cm.

Da der kupferne Leitungsdraht um $0,058 - 0,006 = 0,052$ cm dicker ist, als der zur Messung gebrauchte Draht, so berechnet sich hieraus der Durchmesser seiner kreisförmigen Mittellinie:

$$2R = \frac{124,5297}{2\pi} + 0,052 = 39,6912 \text{ cm.}$$

2. Messung nach dem Aufziehen des Leitungsdrahtes. Vier äquidistante Durchmesser bis an die äusserre Begrenzung des Kupferdrahtes wurden mit dem Comparator gemessen und für $19,5^{\circ}$ gefunden:

gleich 39,762, 39,749, 39,755, 39,765,
im Mittel also 39,7577 cm.

Hier von die Drahtdicke 0,058 cm abgerechnet, gibt:
 $2R = 39,6997$ cm für $19,5^\circ$, also für 15° $2R = 39,6982$ cm.

Der Unterschied beider Resultate ist eigentlich etwas grösser, als man erwarten durfte. Vielleicht war es nicht richtig, bei der ersten Methode die Dicke des feinen Messingdrahtes abzurechnen, da derselbe sich vielleicht durch Reibung mit seiner Innenfläche unverschiebbar angelegt, mit anderen Worten: eine etwas grössere Spannung angenommen hat. Indessen würde unser Endresultat nur um $\frac{1}{23000}$ geändert werden, wenn wir etwa den ersten Werth nicht berücksichtigen würden. Wir setzen das Mittel und erhalten für die Beobachtungstemperatur 15° :

$$R = 19,8474 \text{ cm.}$$

Reductionsfactor. Wegen der Zuleitung entsteht hier nur eine sehr kleine Correction. Die Zuleitungsdrähte selbst sind wieder sorgfältig gleichmässig umeinander gewunden (und auf Isolation und Wirkungslosigkeit geprüft). Sie treten dann auseinander zu den horizontal nebeneinander stehenden Kupferklemmen, von denen der Leitungsdraht des Instruments selbst durch zwei Curvenstückchen in die Kreisbahn eintritt. Die Verticalprojection des Flächenstückchens zwischen den Curven und der ergänzten Kreislinie auf den Meridian war nahe $f = 0,1$ qcm. Offenbar wird die Stromkraft $i \cdot 2\pi/R$ auf den Mittelpunkt hierdurch eine Einbusse um $i \cdot f/R^3$ erleiden, also ein Correctionsfactor entstehen:

$$1 - \frac{f}{2\pi R^3}.$$

Die Nadel ist um $e = 0,41$ cm seitlich von der Stromebene aufgehängt; Correctionsfactor gleich:

$$1 - \frac{e^2}{R^2}.$$

Die Nadel ist $l = 1,88$ cm lang, der Polabstand beträgt also $\lambda = \frac{e}{l} \cdot l$. Hierfür entsteht der Correctionsfactor:

$$\left(1 + \frac{3}{16} \frac{\lambda^2}{R^2}\right) \left(1 - \frac{15}{16} \frac{\lambda^2}{R^2} \sin^2 \omega\right) = \left(1 + 0,13 \frac{l^2}{R^2}\right) \left(1 - 0,65 \frac{l^2}{R^2} \sin^2 \omega\right).$$

Wir erhalten schliesslich das Drehungsmoment des Stromes i auf die Nadel gleich:

$$i M \frac{2\pi}{R} \left(1 - \frac{f}{2\pi R^2} - \frac{1}{2} \frac{e^2}{R^2} + 0,13 \frac{l^2}{R^2} \right) \cos \omega \left(1 - 0,65 \frac{l^2}{R^2} \sin^2 \omega \right).$$

Die gemessenen Grössen $R = 19,8474$, $e = 0,41$, $l = 1,88$ cm und $f = 0,1$ qcm eingesetzt, bekommt man den Corrections-factor gleich:

$$1 - 0,00004 - 0,00064 + 0,00117 = 0,00049$$

und das Drehungsmoment gleich:

$$\frac{i M}{3,15726} \cos \omega (1 - 0,0058 \sin^2 \omega).$$

Der Torsionscoefficient war $\Theta = 0,00004$.

Schliesslich wird aus der gemessenen Ablenkung ω die Stromstärke i berechnet als:

$$i = 3,15739 H \operatorname{tg} \omega (1 + 0,0058 \sin^2 \omega).$$

Es werde zu dem Vorigen nur noch bemerkt, dass die Stromebenen beider Bussolen mit einer langen Bussolennadel und mit einem Senkel genau nordsüdlich und vertical gestellt wurden.

Commutator. Der Quecksilbercommutator der Tangentenbussole war so eingerichtet, dass der Strom bei seinem Umlegen nicht unterbrochen wurde, indem die amalgamirten Kupferspitzen auf der einen Seite früher eintauchten, als sie auf der anderen Seite das Quecksilber verliessen. Der dabei entstehende Nebenschluss dauerte viel kürzer als 0,1 Sec. und konnte bei dem relativ zum Ganzen kleinen Widerstand der Tangentenbussole keinen merklichen Einfluss haben.

Die Magnetometer.

§ 17. 1881 diente, und zwar sowohl zu den erdmagnetischen Bestimmungen, wie für die Tangentenbussole (§ 15) das früher beschriebene Magnetometer mit Dämpfungsflügel. Die Magnetnadel bestand aus einem Sauerwald'schen Stahlspiegel vom Durchmesser $\delta = 2,08$ cm und dem Magnetismus $M' = 32$.

1883 haben wir dann von E. Hartmann ein anderes Instrument anfertigen lassen (Fig. 9), welches kurz Elfenbeinmagnetometer genannt werden mag, und welches ausser der

Magnetnadel und den kupfernen Fussschrauben gar kein Metall besitzt. Die Nadel besteht aus einer 1,88 cm langen



Stahlfeder, die auf einen leichten Spiegel von 2,5 cm Durchmesser aufgeklebt ist. Wie bei der Glastangentenbussole (§ 16) schwingt dieser Spiegel in einem Gehäuse von Elfenbein mit etwa 1,2 mm Spielraum und ist dadurch luftgedämpft, dass zwei eingeschobene verticale Querwände aus dünnen Elfenbeinstäbchen von den Deckgläsern bis auf etwa 1 mm an ihn herantreten. Die Beruhigung erfolgt sehr rasch. Der Torsionskopf ist ebenfalls aus Elfenbein, die Säule aus Horn gefertigt.

Fig. 9.

Der Nadelmagnetismus betrug $M' = 6,0$, der Torsionscoefficient des 15 Centimeter langen, sehr feinen Coconfadens war nur $\Theta = 0,000\,054$.

Absolute Messung des Erdmagnetismus.

Gauss'sche Methode 1881.

§ 18. Der Magnetstab war ein massiver Stahlcylinder von der Länge $L = 16,01$ cm, dem Durchmesser $2r = 1,48$ cm und der Masse $m = 216,16$ g.

Der Stab hatte in der Mitte eine conische Querdurchbohrung von den Enddurchmessern 0,297, resp. 0,391 cm. Mit dieser Durchbohrung konnte er entweder auf kleine Kegel von Kupfer aufgesetzt werden, wenn er ablenken sollte, oder an einen Kupferstift mit sehr leichtem angeklebten Spiegel von 1,6 cm Durchmesser und 0,35 g Masse angeschraubt werden, wenn er schwingen sollte (Fig. 10 u. 11 p. 34).

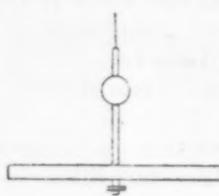


Fig. 10.

Der Temperaturcoefficient wurde von Hrn. Strouhal = 0,00046 bestimmt, doch dient dieser Werth nur zur Orientirung über mögliche Fehler, indem man die Temperaturänderungen durch das Verlegen der Schwingungsbeobachtungen zwischen zwei Ablenkungssätzen thunlichst eliminierte. Der Magnete

wurde mit Handschuhen angefasst. Man wird gewiss keinen Unterschied von $\frac{1}{4}$ Grad bei den Ablenkungs- und den Schwingungsbeobachtungen befürchten müssen, sodass der daraus entspringende Fehler in $H \frac{1}{20000}$ nicht erreicht.

Der Stab war vor dem Gebrauche nach dem Magnetisiren zehnmal von 12 auf 50° erwärmt worden. (Später wurde er gekocht.)

§ 19. Inductionsoefficient.

1. Weber'sche Methode. Man drehte in bekannter Weise eine 40 cm lange, 3 cm weite Kupferdrahtspule um eine verticale Axe aus einer nordsüdlichen Lage um 180° in die entgegengesetzte, zuerst leer, dann mit dem Magnet und beobachtete die in einem Meyerstein'schen Galvanometer entstehenden Ausschläge. Sodann wurde nach der Entfernung des Magnetstabes ein kleiner Magnet von bekanntem Moment in die Spule geschoben und herausgezogen und so der Scalenwerth der Galvanometerausschläge bestimmt. Dies Verfahren ist bequemer, als wenn man den grossen Magnet in einzelnen Absätzen bis in die Mitte schiebt. Man controllirte übrigens auch auf letzterem Wege den Scalenwerth.

Dem Nachweise gemäss, den einer von uns geführt hat¹⁾, dass die Vermehrung und die Verminderung des magnetischen Momentes durch kleine Kräfte ungefähr gleich gross sind, nehmen wir die Hälfte der Aenderung des letzteren bei dem Umlegen um 180° als die Verstärkung des Magnetismus, welche entsteht, wenn der Stab aus der Ostwestlage in die Schwingungslage umgelegt wird.

Auf das magnetische Feld Eins umgerechnet, fand sich die Verstärkung des Magnetismus in der normalen Lage: $\mu = 46$ [cm, g].

2. Der Magnet lag ruhig in der Spule. Ein künstliches magnetisches Feld von bekannter Grösse, ungefähr gleich 0,2 [cm, g], wurde mittelst einer über die erste gewundenen Drahtlage von bekannter Windungszahl erzeugt, indem durch die obere Drahtlage ein mit der Tangentenbussolle gemessener Strom geleitet wurde. Nach dem Multiplicationsver-

1) F. K., Wied. Ann. 22. p. 415. 1884.

fahren wurde dieser Strom geöffnet und geschlossen; von den so beobachteten Galvanometerausschlägen werden diejenigen bei leerer Spule abgezogen. Der Scalenwerth wurde wieder mit dem kleinen Magnet bestimmt. Das Resultat war $\mu = 45$.

Wir dürfen also setzen:

$$\mu = 45 \text{ [cm, g].}$$

Diese Messungen geschahen erst im Frühjahr 1883. Kurze Zeit nach der ersten Bestimmung des electrochemischen Aequivalentes war allerdings auch eine solche Messung nach der Weber'schen Methode ausgeführt worden und hatte den durch den Erdmagnetismus (0,194) inducirten relativen Magnetismus = 0,0016 ergeben. Doch war dieses Resultat nicht sicher, weil erstens der Magnetismus des (nicht gekochten) Stabes sich geändert hatte und nicht frisch bestimmt worden war, und weil zweitens ein Localeinfluss des gedachten Stabes auf das Galvanometer nicht genau genug ermittelt worden war.

Trägheitsmoment.¹⁾

§ 20. Das Trägheitsmoment des Kupferstabes mit dem Spiegel war klein. Es liess sich aus den Dimensionen und den Massen gleich 0,3 [cm² g] berechnen. Eine empirische Bestimmung aus Schwingungsversuchen an dem Draht allein, dessen Directionskraft aus dem Torsionscoefficienten abgeleitet werden kann, ergab 0,4, sodass wir im Mittel setzen:

$$0,35 \text{ [cm}^2 \text{ g].}$$

Der Stab war sehr sorgfältig cylindrisch gearbeitet, um von vornherein einen einigermassen zuverlässigen Werth des Trägheitsmomentes aufstellen zu können. Man findet aus den Angaben des § 18 das Trägheitsmoment für den Stab mit der Suspension:

$$K = 4670 \text{ [cm}^2 \text{ g].}$$

Etwas zu klein ist der Werth vermutlich, da die Durchmesser nach den Enden ein wenig zu wachsen schienen. Er sollte auch nur zur Controle dienen.

1) Vgl. Krichgauer, Wied. Ann. 25. p. 301. 1885.

Die empirische Bestimmung mit einer Belastung durch Kupferzylinder, die an Seidenfäden über die Enden gehängt wurden, ergab nun anfangs offenbar bedeutend zu grosse Werthe. Zugleich schwankten die Resultate so stark, nämlich zwischen 4696 und 4710, dass man schon hieraus auf einen in der Methode begründeten Fehler schliessen konnte.

Infolge dessen versuchte man zunächst, für die Bestimmung eines Trägheitsmoments die bifilare Aufhängung¹⁾ zu verwerthen. Die bezügliche Messung soll hier mitgetheilt werden, weil ein Beispiel einer solchen noch nicht veröffentlicht worden ist.

Es wurde die für das absolute Bifilmagnetometer²⁾ construirte Aufhängung benutzt. Zwei weiche Messingdrähte von 0,08 mm Durchmesser und etwa 268 cm Länge und zusammen 0,258 g Masse trugen das Bifilmarschiffchen, dessen Schwingungsdauer leer (t_0) und mit dem Magnetstabe (t_1) beobachtet wurde. Ein kleines Laufgewicht (welches überhaupt für alle Verwendungen des Bifilmarschiffchens zweckmässig ist), ermöglichte eine solche Massenvertheilung, dass der central eingelegte Magnet bei gleicher Fadenspannung horizontal lag.

Der obere und untere Fadenabstand e_1 und e_2 wurde gerade so gemessen, wie in § 26.

Das Torsionsmoment beider Fäden zusammen betrug:

$$D_s = 1,2 \text{ [cm, g].}$$

Wegen der Drahtsteifigkeit musste von der gemessenen Fadenlänge abgezogen werden: bei angehängtem, leerem Schiffchen 0,118 cm, bei Belastung mit dem Magnet 0,08 cm.

Das Instrument wurde so orientirt, dass der eingelegte Magnet ostwestlich lag, also keine erdmagnetische Directionskraft erfuhr. Dabei bildete die obere und die untere Verbindungslinie der Fäden einen Winkel $1,4^\circ$ mit einander.

Die Schwingungen der Suspension allein zeigten ein starkes Dämpfungsverhältniss (1,004 bis 1,005); es kommt

1) F. K., Wied. Ann. 22. p. 422. 1884.

2) F. K., ib. 17. p. 765 u. Fig. 3 Taf. 5. 1882.

aber auf diese Beobachtungen nicht soviel an. Mit Magnet war das Dämpfungsverhältniss 1,0016. Die Schwingungsdauern liessen sich, indem man bei den Beobachtungen immer drei oder fünf Durchgänge überschlug, trotz ihrer Kleinheit mit grosser Genauigkeit bestimmen; die einzelnen Sätze gaben Resultate, die bis auf höchstens $\frac{1}{3000}$ Secunden übereinstimmten.

In der Masse m ist das halbe Drahtgewicht enthalten. Es waren nun:

	Schiffchen allein	mit Magnet
Oberer Fadenabstand	$e_1 = 11,990$	11,986 cm
Unterer "	$e_2 = 11,979$	11,979 "
Fadenlänge	$l = 267,75$	268,31 "
Masse	$m = 59,72$	275,83 "
Torsionsmoment	$D_2 = 1,2$ [cm, g]	
Schwerbeschleunigung	$g = 981,01$ cm. sec $^{-2}$	
Also Directionskraft (§ 29) .	$D = 7858$	36191 [cm, g]
Schwingungsdauer	$t_0 = 0,71951$	$t_1 = 1,17788$ sec
Trägheitsmoment	$K_0 = 412,2$	$K_1 = 5087,4$ cm 2 g
Ein anderer Satz gab	$K_0 = 412,2$	$K_1 = 5089,3$
Im Mittel also	$K_0 = 412,2$	$K_1 = 5088,3$

Der Magnet allein hat also das Trägheitsmoment $5088,3 - 412,2 = 4676,1$, und wenn für den Kupferstift mit Spiegel 0,3 hinzugefügt wird: $K = 4676,4$ für die Beobachtungstemperatur 17° ; $K = 4676,0$ bei 13° .

Eine erste Messung mit nordsüdlich normal und verkehrt eingelegtem Stabe hatte fast dasselbe Resultat gegeben.

Die beobachteten Schwingungsdauern schienen aber einen kleinen Gang mit der Amplitude (nachdem man die gewöhnliche Correction auf kleine Schwingungen angebracht hatte) in dem Sinne zeigen, dass sie mit abnehmender Amplitude ein wenig zu wachsen schienen. An sich würde diese geringe Aenderung, von höchstens 0,0001 Secunden innerhalb der Beobachtungen, nichts zu sagen haben, aber sie deutet auf einen möglichen Fehler hin, dass nämlich die Drähte an den Aufhangeschneiden, über welche sie in Nuten liefen, nicht ganz unverschieblich befestigt waren. In diesem Falle würde das Trägheitsmoment, weil eine etwas zu kleine

Fadenlänge in die Rechnung eingeführt wäre, etwas zu gross berechnet worden sein.

Im Anschluss an alle diese Versuche stellte dann Hr. Krichgauer seine eingehende, kürzlich veröffentlichte Untersuchung über die empirische Bestimmung von Trägheitsmomenten an, in welcher er klar legte, dass das Gauss'sche Verfahren, Trägheitsmomente aus der Schwingungsdauer mit und ohne Belastung zu ermitteln, bei loser Aufhängung der Belastungen zu Correctionen führt, die beträchtlich sein können, und worin er den Weg angibt, wie man die Correctionen in Rechnung zu setzen hat. Seine Messungen bezogen sich hauptsächlich auf unseren Magnet. Auch die bifilar Bestimmungsweise wiederholte er, und zwar mit Aufhängedrähten, die nicht über die Schneiden abgeschrägter Endflächen liefen, sondern an verticale Endflächen angeklemmt waren.¹⁾

Im Folgenden sind seine Resultate, alle einschliesslich des Kupferstabes und des Spiegels verstanden und auf 18° zurückgeführt, zusammengestellt. Wir schliessen unseren Werth mit an und nehmen aus allen das Mittel:

Belastungen an 1 cm langen Drähten	$K = 4670,1 \text{ cm}^3 \text{ g}$
" " 2—3 cm langen Drähten	4672,0
" " Seidenfäden	4671,4
Magnet bifilar aufgehängt	4669,8
Der oben gefundene Werth	4676,0
Im Mittel	$K = 4671,9 \text{ cm}^3 \text{ g}$

Auf ein halbes Tausendtel darf man diesen Werth wohl als richtig ansehen. Wollte man den letzten Werth 4676,0 wegen des vorigen Bedenkens ausschliessen, so käme 4670,8. Das Endresultat unseres electrochemischen Aequivalents würde sich um $\frac{1}{34000}$ ändern.

Ablenkungsbeobachtungen.

§ 21. Das kleine Magnetometer mit Dämpferflügel (§ 17) mit einem magnetisierten Stahlspiegel von 2,1 cm Durchmesser war in der Mitte eines nordsüdlich verlaufenden

1) Nach H. Wild, Rep. f. Meteor. Petersb. Acad. 7. Nr. 7. p. 51. 1883.

den, auf Trägern in der Wand liegenden Holzbalken aufgestellt. Der Torsionscoefficient ist:

$$\Theta = 0,00021.$$

In Abständen von nahe je 82, resp. 110 cm waren vier Kupferkegel (Fig. 11) fest in Holzklötze eingeschraubt, auf welche aufgesteckt der Magnet in der Höhe des

 Fig. 11. Stahlspiegels horizontal lag und nun aus einer ost-westlichen Lage genau um 180° in die entgegengesetzte gedreht werden konnte. Man fasst ihn dabei möglichst kurz mit einem wollenen Handschuh.

Abstände. Zur Messung der Abstände dieser Kupferkegel dienten feine Kreise auf ihrer Oberfläche, welche auf der Drehbank gleich mit eingedreht worden waren, und auf welche der Comparator eingestellt wurde. Die Abstände der Mittelpunkte wurden bei mehreren Bestimmungen gefunden:

Inneres Paar	Aeußeres Paar
163,879	219,877
880	891
874	878
Mittel 163,8767	219,8810 cm

Bei der Mittelnahme ist den letzten beiden Werthen das doppelte Gewicht beigelegt worden, weil diese Messung eine directe Vergleichung mit dem neben die Kupferkegel gelegten Normalmeter war, während bei den anderen der Comparator erst hinterher auf das Normal reducirt worden ist.

Die beiden Abstände, aus denen der Magnet das Magnetometer ablenkte, sind hiernach:

$$a_1 = 81,9383 \quad a_2 = 109,9405 \text{ cm.}$$

§ 22. Berechnung der Fernwirkung. Die Ablenkung geschah aus der sogenannten zweiten Hauptlage. Die vierte Potenz des Verhältnisses L/a der Magnetlänge zum Abstande von der Nadel hat noch einen geringen Einfluss und soll deswegen berücksichtigt werden, was bei der Kleinheit dieses Einflusses leicht hinreichend genau geschehen kann.

Diejenigen wahrscheinlichen Vertheilungen des Magne-

tismus im Stabe, welche zu dem „Polabstande“¹⁾ $d = \frac{1}{2}L$ führen²⁾, ergeben nämlich eine Fernwirkung des Stabes auf einen im Abstande a senkrecht zur magnetischen Axe gelegenen Punkt gleich:

$$\frac{M}{a^3} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{d^2}{a^2} + 0,13 \frac{d^4}{a^4} \right).$$

Die scheibenförmige Ausdehnung der Nadel zu dem Durchmesser $\delta = 2,1$ cm ergibt den Correctionsfactor $1 + \frac{2}{3} \delta^2/a^2$, sodass man im ganzen hat:

$$\frac{M}{a^3} \left(1 - \frac{1}{a^2} [\frac{1}{3} d^2 - \frac{2}{3} \delta^2] + 0,13 \frac{d^4}{a^4} \right).$$

Nun findet sich, dass die Beobachtungen aus den beiden Entfernungen a_1 und a_2 (§ 46), wenn man die Coefficienten so wählt, dass sie den aus dem obigen Ausdruck hervorgehenden Bedingungen genügen, die Formel verlangen:

$$\frac{M}{a^3} \left(1 - \frac{61,6}{a^2} + \frac{3900}{a^4} \right).$$

Wenn also aus der Entfernung a die Ablenkung φ beobachtet wird, so folgt daraus für uns:

$$\frac{H}{M} = \frac{1}{a^3(1+\Theta)} \left(1 - \frac{61,6}{a^2} + \frac{3900}{a^4} \right) \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Setzt man a_1 , resp. a_2 und Θ hier ein, so werden wir also bei unseren beiden Entfernungen zu rechnen haben:

$$\frac{M}{H} = 555\,290 \operatorname{tg} \varphi_1 = 133\,589\,0 \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Schwingungsdauer.

§. 23. Die Beobachtungsweise war die von Gauss eingeführte. Ein unmagnetischer Holzkasten mit Deckglas schützte gegen Luftströmungen. In den Kupferstift, welcher zur Aufhängung des Magnets diente (§. 18), ist ein 0,13 mm dicker, 270 cm langer harter Messingdraht eingelöhtet. Sein Torsionscoefficient war:

$$\Theta' = 0,00174.$$

1) Riecke, Pogg. Ann. 149. p. 62. 1873; Wied. Ann. 8. p. 299. 1879.

2) F. K. u. Hallock, Wied. Ann. 22. p. 411. 1884.

Den Stabmagnetismus in ostwestlicher Lage haben wir M genannt; da bei den Schwingungen durch den Erdmagnetismus H die Menge μH hinzukommt (§. 19), so liefert die Schwingungsdauer t die Beziehung:

$$H(M + \mu H) = \frac{1}{1 + \Theta} \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Für μ , Θ' und das Trägheitsmoment K die Zahlen eingesetzt (§§. 19 und 20), erhält man:

$$H(M + 45 \cdot H) = \frac{46030}{t^2}.$$

Bifilar galvanische Methode 1881 (l. c. p. 750).

§. 24. Ein Strom durchfliesst einen im Meridian bifilar aufgehängten Drahtring und lenkt gleichzeitig sowohl diesen ab, wie ein nördlich oder südlich davon aufgestelltes Magnetometer. Es sei i die Stromstärke, f die Stromfläche, a der Abstand vom Magnetometer, H der Erdmagnetismus, α der Ablenkungswinkel des Bifilar galvanometers, φ derjenige des Magnetometers, D die bifilarre Directionskraft. Dann liefert α das Product fiH und φ den Quotienten fi/H . Aus beiden Grössen wird H gewonnen.

Das Bifilar galvanometer ist l. c. (p. 752 und Fig. 1 Taf. 5) beschrieben. Die weichen Aufhängedrähte aus Kupfer waren 0,09 mm dick und etwa 276 cm lang. 1 m wog 0,0566 g und hatte einen Widerstand gleich 3,4 S.-E. Die Fadenebene lag ostwestlich. Der Drahtring vom mittleren Halbmesser $r = 9,7$ cm, der Breite $b = 0,7$, der Dicke $h = 0,5$ cm enthält etwa 300 m Draht von der Gesamtfäche gleich etwa 15 qm. Der Gesamtwiderstand beträgt etwa 180 S.-E.

12 bis 15 kleine Bunsen'sche Elemente erregten den Strom; man schaltete, um die Versuchsverhältnisse abzuändern, wohl noch 100 oder 200 S.-E. ein.

Das Torsionsmoment der Drähte war:

$$D_2 = 2,3 [\text{cm}, \text{g}].$$

§. 25. Fadenabstand. Die Messung des Fadenabstandes verlangt grosse Sorgfalt, da man suchen muss, ihn auf 0,01 mm genau zu bestimmen. Die Messung geschah hier mit den kleinen Millimetertheilungen, welche unter, bez.

über dem Querstab der Bifilarsuspensionen angebracht sind. An der Deckensuspension befand sich eine doppelte Theilung im Abstande 1,5, bez. 7 mm unter der Schneide. Die Theilstriche der Rollensuspension lagen 3 mm über der Schneide.

Vor dem Aufhängen wurden die Theilungen mit dem Comparator gemessen. Mit Hülfe eines Merz'schen Mikroskopes mit Ocularmikrometer von nahe 0,2 mm Scalenwerth projicirte man später die Aufhängedrähte in senkrechter Richtung auf die Millimetertheilung. Man las dabei die beiden Ränder der Kupferdrähte ab. Alle Messungen wurden sehr sorgfältig und mindestens doppelt gemacht, wobei sich eine gute Uebereinstimmung ergab.

Es wurde gefunden:

		Oct. 13.	Oct. 21.	Mittel
Decken-	{ 1,5 mm unter Schneide	9,9861	9,9846	9,9853
suspension	{ 7 " " "	9,9887	9,9862	9,9874
			Mittel	$e_1 = 9,9864 \text{ cm}$
Rollen-	{ 3 mm über Schneide	9,9693	9,9683	
suspension	{			$e_2 = 9,9688 \text{ cm}$

Wenn der Unterschied von 0,002 cm zwischen den bei 1,5 und bei 7 mm Abstand gefundenen Werthen nicht auf einem Beobachtungsfehler beruht, so sollte man eigentlich nur den oberen Werth benutzen. Es kommt wenig darauf an, da H sich hierdurch nur um $\frac{1}{20000}$ ändern würde.

§. 26. Fadenlänge. Gemessen wurde dieselbe mittelst einer Holzlatte mit Millimetertheilungen, die ihrerseits mit dem Comparator verglichen worden waren.

Wegen der Drahtsteifheit ist von der zwischen den Schneiden gemessenen Länge der Betrag 0,140 cm abgezogen worden. Aus der Beschaffenheit des Drahtes berechnet sich 0,145; Durchbiegungsversuche hatten 0,135 ergeben (vgl. l. c. p. 747).

Die kleinen Schwankungen der Umgebungstemperatur wurden in Rechnung gesetzt. Ausserdem übt die Stromwärme einen kleinen verlängernden Einfluss aus. Man beobachtete, dass ein Strom, welcher 170 Scalentheile Ausschlag gab, die Drähte um 0,015 cm verlängerte, also auf n Scalentheile eine

Verlängerung = $0,015 \cdot n^2 / 170^2 = 0,000\,000\,52 \cdot n^2$ cm bewirkte, oder, da die Drahtlänge $l = 276$ cm war, gleich:

$$l \cdot n^2 \cdot 0,000\,000\,001\,9.$$

Bei der zweiten Versuchsreihe wurde die Länge (jedenfalls wegen elastischer Nachwirkung) etwas grösser gefunden. Es gilt ohne die Stromverlängerung:

für 14. Oct. $l = 276,192$; 21. Oct. 276,206 cm.

§ 27. Gewicht des Bifilar galvanometers. Hier zeigte sich eine gewisse Unbequemlichkeit wegen einer offenbar von der Seide herrührenden hygroskopischen Veränderlichkeit des Gewichtes. Man verfuhr folgendermassen, um die Grösse zu controliren.

Vor seiner Aufhängung wurde der Bifilarkörper gewogen. Alsdann an den Drähten befestigt, wurde er mit einem Haken an den Arm einer Wage gehängt, die man am Beobachtungsplatz aufgestellt hatte, und die man mit den Fussschrauben heben konnte. Und zwar hob man die Wage von derjenigen Höhe an, wo der Bifilarkörper eben zu wirken anfing, jedesmal noch um 1 cm. Die Drähte erschienen dann vollständig schlaff. Es zeigte sich gleich nach der Aufhängung, dass man von der Angabe der Wage bei dieser Stellung 0,010 g abziehen musste, um das Gewicht des Bifilarkörper zu erhalten. Von Zeit zu Zeit wurde diese Wägung des Instrumentes wiederholt.

Das halbe Gewicht der Aufhängedrähte 0,157 g ist im Folgenden schon zugefügt.

Es gilt als angehängte Masse:

für 11. Oct. $m = 152,213$; 21. Oct. 152,252 g.

§ 28. Schwerbeschleunigung. Nach Listing¹⁾ ist zu setzen für die Länge $\varphi = 49,8^\circ$ und die Höhe $H = 170$ m für Würzburg $g = 980,616 (1 - 0,0026 \cdot \cos 2\varphi - 0,000\,000\,2H)$ $g = 981,01$ cm sec⁻².

§ 29. Directionskraft D . Dieselbe ist zu berechnen:

$$D = gm \frac{e_1 e_2}{4l} + D_s,$$

1) Listing, Gött. Nachr. 1877. p. 781. Nach Günther, Geophysik 1. p. 175. 1884 kommt merklich derselbe Werth 981,00.

also nach den angegebenen Größenwerthen, ohne zunächst auf Stromwärmens Rücksicht zu nehmen:

für 14. Oct. $D_0 = 13458,0$ 21. Oct. 13460,8 [cm, g].

§ 30. Magnetometer und Fernwirkung des Stromringes. Als Magnetometer diente wieder das § 17 genannte Instrument mit der Magnetscheibe vom Durchmesser $\delta = 2,08$ cm und dem Torsionscoefficienten $\Theta = 0,00021$. Das magnetische Moment M der Scheibe war gegeben durch:

$$\alpha = \frac{M}{H} = 165 \text{ [cm, g].}$$

Der Maasstab, an welchem die Stellung des Magnetometers bestimmt wurde, trug zwei Spiegelmarken, deren Abstand voneinander = 139,908 cm gemessen worden war. Also beträgt der mittlere Abstand des Magnetometers von dem Bifilarringe:

$$a = 69,954 \text{ cm.}$$

Ist nun der bei dem Stromdurchgang gleichzeitig beobachtete Ausschlag am Bifilargalvanometer = α , am Magnetometer = φ , so wird die Horizontalintensität H erhalten aus: (l. c. p. 763).

$$H^2 = \frac{D}{a(a^2 - r^2)(1 + \Theta)} \left(1 + \frac{r^2}{a^2} + \frac{3}{2} \frac{h^2}{a^2} - \frac{3}{2} \frac{b^2}{a^2} + \frac{3}{2} \frac{\delta^2}{a^2} - 2 \frac{\alpha}{a^2} + \frac{3}{4} \frac{r^4}{a^4} \right) \cdot \frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \varphi} (1 - 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi).$$

(Die Glieder mit h^2 , b^2 und r^4 sind unwesentlich klein.)

Der Abstand a war so gewählt worden, dass die Scalenausschläge n und n' des Bifilars und des Magnetometers nicht sehr verschieden waren. Die resp. Scalenabstände A und A' waren ebenfalls nahe gleich. Für diesen Fall kann (l. c. p. 763) gesetzt werden:

$$\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \varphi} (1 - 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi) = \frac{n}{n'} \frac{A'}{A} \left(1 - \frac{n^2}{A^2} \right).$$

Dieselbe Form, wie die in der Klammer gegebene Correction hat nun auch diejenige für die Stromwärme in den Aufhängedrähten (v. S.), welche zu D_0 den Correctionsfactor $(1 - 0,000\,000\,001\,9 \cdot n^2)$ hinzufügte.

Indem wir für $a r \Theta h b \delta H$ ihre Zahlenwerthe einsetzen, erhalten wir schliesslich:

$$H^2 = D_0 \cdot 0,000\,002\,983\,92 \frac{n}{n} \frac{A'}{A} \left(1 - \frac{1}{\frac{n^2}{A^2}} - 0,000\,000\,001\,9 \cdot n^2 \right).$$

§ 31. Ablenkungswinkel. Ueber die Ausführung der Beobachtungen ist hier Folgendes zu erwähnen. Man durfte stärkere Ströme nicht zu lange durch den Drahtring fliessen lassen, weil die Einstellung desselben schliesslich unruhig wurde. Offenbar rührte dies von der Stromwärme her, die die Luft in Bewegung setzte. Man musste deswegen mit kurzem Stromschluss arbeiten. Bei der am 14. October und der ersten am 21. October ausgeführten Bestimmung wurde zwischen zwei entgegengesetzten Ausschlägen jedesmal die Ruhelage beider Instrumente beobachtet; durch geeignetes zeitweises Aus- und Einstöpseln von Widerstand in dem eingeschalteten Rheostat kann man rasch so weit beruhigen, dass die Umkehrpunkte genau abgelesen werden können. Bei den zwei letzten Sätzen, October 21, wurde aber keine Pause innegehalten, sondern man unterbrach nach einer einseitigen Ablenkung den Strom, schloss denselben nach vollendetem Hintüberschwingen des Instruments in entgegengesetzter Richtung und ermöglichte so die Erledigung eines Beobachtungssatzes in hinreichend kurzer Zeit (etwa acht Minuten).

Ein ausführliches Beispiel findet sich § 50.

§ 32. Scalenabstände. Genaue Kenntniss wurde hier nur von dem Unterschiede des Scalenabstandes A des Bifilars gegen den Abstand A' des Magnetometers verlangt. In der beschriebenen Weise (l. c. p. 758) waren für diesen Zweck feine Seidenfäden gespannt, welche die Stellung zweier Millimetermaassstäbchen an den Magnetometerorten gegen eine dritte solche Theilung am Orte des Bifilars erkennen liessen. Nach Senkeln, welche von diesen Maassstäbchen herabhingen, wurde dann die Lage des Bifilarsspiegels gegen den Conofaden des Magnetometers in dessen beiden Aufstellungen beurtheilt.

Ausser den Glas- und Spiegeldicken ist bei dem Bifilar

auf eine Neigung und wegen der excentrischen Lage auf eine etwaige Krümmung des Spiegels Rücksicht zu nehmen.

§ 33. Neigung des Spiegels. Die nachbenannten Höhen werden von der durch den Mittelpunkt des Spiegels gelegten Horizontalebene beide nach oben (oder beide nach unten) gerechnet. Die Verticalebene der Ablesescala werde getroffen in der Höhe N von der Spiegelnormalen, in der Höhe F von der Visirlinie des Fernrohrs, so hat man dem gemessenen Horizontalabstand A_0 des Spiegels von der Scala hinzuzufügen:

$$\frac{N(N-F)}{A_0}.$$

Diese Correction ist also für gleiche Höhe von Fernrohr und Scala, sowie für einen vertical hängenden Spiegel (wie bei unserem Magnetometer) stets Null.

Für das Bifilar aber war $N = -107$ mm, $F = -30$ mm A_0 nahe = 3000 mm, also beträgt die Correction von A_0 :

$$\frac{107 \cdot 77}{3000} = +2,75 \text{ mm.}$$

§ 34. Spiegelkrümmung. Wenn der Spiegel in der Drehungsaxe liegt, so ist eine geringe Krümmung gleichgültig. Ist er aber excentrisch befestigt, so tritt eine der Excentricität und der Krümmung proportionale Correction des Scalenabstandes ein.¹⁾

Der Krümmungshalbmesser sei = r , positiv genannt für einen Hohlspiegel, und der Horizontalabstand des Spiegels von der verticalen Drehungsaxe sei = e , so muss der gemessene Scalenabstand A_0 vergrössert werden um:

$$A_0 \frac{e}{r}.$$

Der Krümmungshalbmesser wurde bestimmt, indem man mit einem vorher auf den Abstand L accomodirten Fernrohre diejenige Enfernung l ermittelte, in welcher man den

1) Das Anbringen eines Spiegels in grossem Abstande von der Drehungsaxe, z. B. an dem Ende eines Magnets, kann leicht zu merklichen Fehlern veranlassen. Setzt man z. B. $e = 0,2$ m und $r = 200$ m, was schon einen recht guten Spiegel bedeutet, so beläuft sich die Correction gewöhnlicher Scalenabstände auf mehrere Millimeter.

Spiegel aufstellen musste, damit eine neben dem Objektiv des Fernrohrs aufgestellte Theilung deutlich erschien.

Dann ist $2/r = 1/l - 1/(L-l)$. Man fand $L = 9320$, $l = 4310$ mm, also $r = +62000$ mm. Es war ferner $e = 16$ mm, also ist der Scalenabstand 3000 mm um:

$$3000 \frac{16}{62000} = 0,77 \text{ mm}$$

zu vergrössern.

§ 35. Glasdicken u. s. w. Der Bifilarspiegel hatte 0,43 mm wirkliche, also $0,43 : 1,53 = 0,28$ mm optische Dicke. Die Deckglasdicke des Bifilarzastens betrug 3,13 mm, weswegen der gemessene Scalenabstand zu verringern ist um $3,13(1 - \frac{1}{1,53}) = 1,09$ mm.

Die spiegelnde Fläche des Magnetometers lag 0,98 mm vor dem Coconfaden. Die Deckglasdicke ist 3,83, also Correction $= -3,83(1 - \frac{1}{1,53}) = -1,33$ mm.

Gemessen wurde nun mit den Senkeln und den gespannten Fäden, dass der Cocon des Magnetometers von der Scala weiter entfernt war, als die Vorderfläche des Bifilar-spiegels:

14. October um 17,6 mm, 21. October um 16,9 mm.

Dieser Ueberschuss ist nach dem Vorigen zu corrigen um:

$$-2,75 - 0,77 - 0,28 + 1,09 - 0,98 - 1,33 = -5,02 \text{ mm},$$

sodass wir an beiden Tagen haben:

$$A' - A = 12,6 \quad 11,9 \text{ mm.}$$

Der Scalenabstand A' des Magnetometers betrug nun nahe:

$$\text{also: } A' = 3050 \quad 3000 \text{ mm}$$

$$\frac{A'}{A} = 1,00415 \quad 2988,1 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{A^2} = 0,000\,000\,0678 \quad 1,00899$$

$$\frac{1}{A'^2} = 0,000\,000\,0700.$$

§ 36. Schlussformel für die Horizontalintensität H . Nach der Formel (§ 30 Schluss) und den Werthen für D_0 (§ 29) erhalten wir also aus den correspondirenden Aus-schlägen n und n' des Bifilars und des Magnetometers H aus

$$1881 \text{ Oct. } 14. \quad H^2 = 0,040\,324 \frac{n}{n'} (1 - 0,000\,000\,0697 \cdot n^2),$$

$$\text{, Oct. } 21. \quad H^2 = 0,040\,326 \frac{n}{n'} (1 - 0,000\,000\,0719 \cdot n^2).$$

Man sieht, wie einfach die ganze Rechnung für dieses Verfahren nach der Feststellung der Instrumentalconstanten ausfällt.

Erdmagnetismus 1883. Bifilar-magnetiche Methode.

§ 37. An der von einem von uns beschriebenen Messungsweise und dem hierzu bestimmten absoluten Bifilar-magnetometer (l. c. p. 765. Fig. 3) wurde nur folgendes geändert:
 1. Zur Centrirung des Magnets hatte der Querbalken ein kleines, festzuschraubendes Laufgewicht. 2. Die Drahtenden laufen nicht über schräge Endflächen, sondern werden an verticale Flächen durch Klemmbacken angeschraubt.¹⁾ 3. Das Dämpferkreuz im Wasser bewegte sich zwischen den einen kleinen Raum in der Mitte freilassenden Flügeln eines anderen Kreuzes, wodurch die Dämpfung weit stärker wird.

Während der Magnet ostwestlich in der Bifilar-suspension lag und dieselbe um den Winkel α drehte, wirkte er aus der zweiten Hauptlage und aus etwa 90 cm Entfernung auf die Nadel des § 17 beschriebenen „Elfenbeinmagnetometers“.

Abstandsmessung. Das Magnetometer stand 1 cm vor den Theilstrichen eines mit dem Tragbalken fest verbundenen Maassstabes, der mittelst des gläsernen Zweimeterstabes auf das Normalmeter zurückgeführt wurde. Die genaue Stellung des Cocons vor den Theilstrichen 10, resp. 190 cm wurde mittels des Ablesefernrohres constatirt, welches auf den Ablesespiegel senkrecht eingestellt ist.

Dieser Abstand wurde gefunden am 27. September: $2\alpha = 180,023$ cm, 6. October $2\alpha = 180,020$ cm, im Mittel also ist:

$$\alpha = 90,011 \text{ cm.}$$

Die Declinationsschwankungen wurden durch die Nadel einer Wiedemann'schen Bussole angegeben, welche in der Fortsetzung des Beobachtungsmeridianes aufgestellt war. Das absolute Bifilar übte bei dem Einlegen seines

1) Nach Wild, l. c. p. 51.

Magnets auf diese Nadel einen Einfluss von etwa ± 5 Sc.-Th. aus. Dieser Localeinfluss wurde ausser durch directe Beobachtung noch durch Beobachtungen aus geringerem Abstande festgestellt. Er betrug:

$$\pm 4,92 \text{ mm.}$$

Die kleine verstärkende Wirkung der Wiedemann'schen Bussole auf das absolute Bifilar und die beiden Stellungen des Magnetometers im Mittel wurde aus dem Magnetismus der Nadel berechnet. Sie beträgt im Mittel:

$$\frac{A H}{H} = + 0,00002.$$

Die Aufhängefäden des absoluten Bifilars waren harte Messingdrähte von 0,07 mm Durchmesser und etwa 274 cm Länge. Das Gewicht eines Drahtes betrug 0,088 g. Das elastische Moment beider Drähte zusammengenommen ist sehr klein, nämlich:

$$D_2 = 0,6 \text{ [cm, g].}$$

§ 38. Fadenabstand. Derselbe wurde mit einem Comparator bestimmt, der aus einer eisernen T-Schiene mit zwei Mikroskopien mit Ocularmikrometern bestand. Der Theilwerth der letzteren betrug 0,094 mm. Diese Mikroskope wurden auf die beiden belasteten Fäden eingestellt, sodass die Visirlinien auf der Fadenebene senkrecht standen. Die deutliche Sehweite betrug etwa 17 cm vom Objective an. Nach gleichzeitiger Ablesung der Stellungen beider Fadenbilder projicirte man diese Stellungen unter genauer Innenhaltung derselben Sehweite auf das Normalmeter.¹⁾

Unmittelbar am Ende kann man wegen des störenden Bildes des Querbalkens im Gesichtsfelde nicht so gut messen. Wir maassen 0,25 cm vom Ende. Die Drähte erschienen vollkommen gerade gestreckt. Man fand z. B. unten in der

Höhe:	0,05	0,2	0,5	0,8	1 cm
den Abstand:	11,541	11,539	11,540	11,540	11,539.

1) Wir hatten auch den Endflächenabstand vor der Aufhängung gemessen. Fügt man die Drahdicke hinzu, so sollte der Fadenabstand entstehen. Es kam aber im Mittel 0,004 cm weniger. Die harten Drähte hatten sich, wie man später bestätigt fand, in die Endflächen eingedrückt.

Die Messungen gaben für 15°:

Oct. 1.	Oct. 6.
$e_1 = 11,5322$	11,5306 cm
$e_2 = 11,5398$	11,5409 "

Mit Rücksicht auf die Temperatur der messingenen Träger ist in die Rechnung einzuführen:

$$\left. \begin{array}{l} e_1 = 11,5322 \quad 15^\circ \\ e_2 = 11,5398 \quad 15 \end{array} \right\} 1. \text{ October}, \quad \left. \begin{array}{l} 11,5311 \text{ cm} \quad 17^\circ \\ 11,5409 \quad " \quad 15 \end{array} \right\} 6. \text{ October}.$$

§ 39. Fadenlänge (vgl. § 26). Von der Länge zwischen den Querarmen ist wegen Drahtsteifigkeit abgezogen (l. c. p. 747) 0,062 cm. In Rechnung kommt:

$$l = 273,843 \text{ cm } 1. \text{ October}, \quad 273,868 \text{ cm } 6. \text{ October}.$$

§ 40. Gewicht des Bifilarmagnetometers. Der Bifilarkörper wog, wenn das Dämpferkreuz so weit, wie bei den erdmagnetischen Messungen, in Wasser von 15° ein-tauchte, 197,475 g. Hierzu das halbe Drahtgewicht 0,088 gibt:

$$m = 197,563 \text{ g}.$$

§ 41. Directionskraft. Dieselbe ist zu berechnen:

$$D = gm \frac{e_1 e_2}{4l} + D_2,$$

also nach den angegebenen Größen und $g = 981,01$:

$$1. \text{ October } D = 23547, \quad 6. \text{ October } 23545.$$

§ 42. Polabstand des Magnets. Bei unseren erdmagnetischen Bestimmungen geschahen die Ablenkungen nur aus dem einen Abstande 90,011 cm. Die von der Länge des Magnets herrührenden Correctionsglieder, wobei auch die vierte Potenz berücksichtigt worden ist, wurden durch eine gesonderte Beobachtungsreihe ermittelt. Hierbei stand dasselbe Magnetometer mit der Nadellänge 1,88 cm folgeweise in zwei Stellungen, die um etwa 150 cm auf demselben Meridian von einander entfernt waren. Der Magnetstab war auf einem kleinen Schlitten mit Nonius befestigt (Fig. 12) und konnte mittelst des letzteren auf einem nordsüdlich gerichteten, auf dem Tragbal-

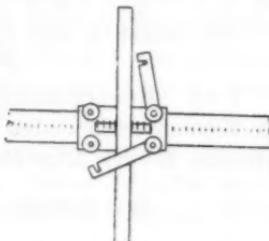


Fig. 12.

ken des Magnetometers angeklemmten gläsernen Maasstabe in zwei horizontale ostwestlich gerichtete Lagen in gleicher Höhe, wie die Magnetometernadel gebracht werden, in denen er ungefähr 60, resp. 90 cm Abstand von der letzteren hatte. Da der Magnet in jeder Lage mit dem Schlitten und dem Nonius um 180° gewendet wird, so fallen Unsymmetrien dadurch von selbst heraus. Die Beobachtungen konnten sehr rasch ausgeführt werden, und es wurde dabei eine solche Reihenfolge innegehalten, dass Schwankungen der Temperatur und des Erdmagnetismus sich eliminirten.

Genaue Messungen hatten den Abstand der beiden Stellungen des Magnetometercocons = 150,031 cm, die Strecke des Glasmaasstabes, um welche der Magnet versetzt wurde, = 30,009 cm ergeben. Die beiden Entfernung, aus denen der Magnet das Magnetometer ablenkte, sind danach:

$$a = 90,020 \quad a' = 60,011 \text{ cm.}$$

Bei einem Scalenabstand = 3000 mm betragen die zugehörigen beobachteten Ausschläge:

$$n = 168,819 \quad n' = 566,812 \text{ mm.}$$

Hierzu berechnen sich die Tangenten der Ablenkungswinkel:

$$\operatorname{tg} \varphi = 0,028\,031 \quad \operatorname{tg} \varphi' = 0,093\,641.$$

Der Polabstand der Nadel ist hinreichend genau:

$$d' = \frac{1}{2} \cdot 1,88 = 1,56 \text{ cm.}$$

Nennt man d den Polabstand des Magnets, so findet die Fernwirkung nach dem Ausdruck statt (über $0,13 d^4/a^4$ vgl. § 22):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{C}{a^3} \left(1 - \frac{d^2}{a^2} + \frac{d'^2}{a^2} + 0,13 \frac{d^4}{a^4} \right).$$

Die beiden φ und a , sowie d' eingesetzt, erhält man:

$$d = 13,84 \text{ cm.}$$

§ 43. Berechnung von H . Wir bedürfen nur noch des Torsionscoefficienten Θ des Magnetometer und des Magnetismus M' der Magnetometernadel. Er war:

$$\Theta = 0,00005, \quad \frac{M'}{H} = z = 31.$$

Wenn nun α und φ die gleichzeitig beobachteten Ausschläge des absoluten Bifilarmagnetometers und des Unifilar-magnetometers bedeuten, so wird die Horizontalkomponente H berechnet aus (l. c. p. 768):

$$H^2 = \frac{D}{a^3(1+\Theta)} \left(1 - \frac{d^2}{a^2} + \frac{d'^2}{a^2} + 0,13 \frac{d^4}{a^4} - 2 \frac{z}{a^2} \right) \frac{\sin \alpha}{\tg \varphi} (1 - 2 \tg \alpha \tg \varphi).$$

Die für $D a \Theta d' H$ im Vorigen gegebenen Werthe eingesetzt, gilt für:

$$1. \text{ October } H^2 = 0,032\,015 \frac{\sin \alpha}{\tg \varphi} (1 - 2 \tg \alpha \tg \varphi),$$

$$6. \text{ October } H^2 = 0,032\,012 \frac{\sin \alpha}{\tg \varphi} (1 - 2 \tg \alpha \tg \varphi).$$

Sind die Scalenabstände A und A' und die beiden Ausschläge n und n' nahe gleich gross, so kann man zur Vereinfachung wieder setzen (§ 30):

$$\frac{\sin \alpha}{\tg \varphi} (1 - 2 \tg \alpha \tg \varphi) = \frac{n}{n'} \frac{A'}{A} \left(1 - \frac{n^2}{A^2} \right).$$

§ 44. Scalenabstände. Um α und φ zu berechnen, werden noch die Scalenabstände verlangt, welche wieder nahe gleich sind, sodass nur ihr Unterschied genau bekannt sein muss. Das Magnetometer hatte einen Abstand von $A' = 2998$ mm. Der genau zu bestimmende Unterschied gegen den Abstand A des Bifilars wurde folgendermassen ermittelt.

Der Cocon des Magnetometers stand von den Scalen weiter ab, als die Vorderfläche des Bifilarspiegels (s. § 32 und l. c. p. 758) um:

1. October 6,92 mm, 6. October 6,82 mm.

Der Bifilarspiegel hatte die optische Dicke 1,37 mm (§ 7). Das Deckglas war 3,67 mm dick; Correction = 1,26 mm. Die Correction für Neigung dieses Spiegels ergab sich aus $N = -100$, $F = -11$ mm (§ 33) gleich $100 \cdot 89 / 2991 = 2,97$ mm. Aus dem Krümmungshalbmesser 40200 mm und dem optischen Abstande des Spiegels von der Drehungsaxe 4,4 mm kommt endlich die Correction $2991 \cdot 4,4 / 40200 = 0,33$ mm (cf. § 34).

Die Vorderfläche des Unifilarspiegels lag 0,31 mm von seinem Cocon, die optische Dicke dieses Spiegels betrug $0,42 / 1,53 = 0,28$ mm. Correction wegen des 3,45 mm dicken Deckglases = 1,19 mm.

So stellt sich der Unterschied $A' - A$ für 1. Oct. gleich: $6,92 - 1,37 + 1,26 - 2,97 - 0,33 - 0,31 + 0,28 - 1,19 = 2,29$ mm, und für 6. October = 2,19 mm. Wir haben also:

Oct. 1.	Oct. 6.
$A' = 2998$	2998 mm
$A = 2995,71$	2995,81 "
$\frac{A'}{A} = 1,00077$	1,00073
$\frac{1}{A^2} = 0,000\,000\,069\,6$	0,000\,000\,069\,6.

§ 45. Schlussformel. Sind n und n' die zusammengehörigen Ausschläge in Millimetern an der Scala des Bifilars und des Unifilars, so ist H zu berechnen aus (§ 43 und 44)¹⁾:

$$1883 \text{ Oct. 1: } H^2 = 0,032039 \frac{n}{n'} (1 - 0,000\,000\,0696 n^2),$$

$$\text{, Oct. 6: } H^2 = 0,032035 \frac{n}{n'} (1 - 0,000\,000\,0696 n^2).$$

Beobachtungen 1881.

Erdmagnetismus; Gauss'sches Verfahren.

§ 46. Ablenkungen. Die gegebenen Zahlen sind in richtigen Millimetern die Mittel der erhaltenen Ablenkungen, wenn der Magnet nördlich oder südlich lag (§ 21). Die zugehörigen Mittelwerthe der Einstellungen des Bifilarvariometers (nach Abzug der Zahl 100) befinden sich daneben. Die obere Reihe gilt für den Abstand $a_1 = 81,938$, die untere für $a_2 = 109,940$ cm. Einzelheiten der Beobachtungen, die ganz regelmässig verliefen, würden kein Interesse bieten.

Ueber die Berechnung von M/H s. § 22. Die Gleichheit der Mittelwerthe aus 16. und 20. October für jeden der beiden Abstände gibt einen Beweis für die in § 22 für die Fernwirkung aufgestellte Reihenentwickelung:

16. October.

Vor d. Schwingungen		Nach d. Schwingungen		Mittel		φ	$\frac{M}{H}$
Ausschl. n	Bif.-V.	Ausschl. n	Bif.-V.	Ausschl. n	Bif.-V.		
mm 317,115	$\frac{p}{23,02}$	mm 316,740	$\frac{p}{22,56}$	mm 316,927	$\frac{p}{22,79}$	$3^{\circ} 0' 58,9''$	29260
131,533	23,08	131,390	22,54	131,461	22,81	$1^{\circ} 15' 18,1''$	29267
Scalenabstand = 2998,9 mm.		Mittel = 22,80					

1) Bei den vorliegenden nicht so nahe gleichen Werthen von n und n' rechnet diese Formel immer noch auf etwa $\frac{1}{100000}$ genau.

20. October.

Vor d. Schwingungen		Nach d. Schwingungen		Mittel		φ	$\frac{M}{H}$
Ausschl. n	Bif.-V.	Ausschl. n	Bif.-V.	Ausschl. n	Bif.-V.		
mm 315,631 180,832	p 19,41 19,31	mm 315,746 180,956	p $\pm 19,26$ 19,36	mm 315,688 180,894	p 19,33 19,33	$3^{\circ} 0' 19,6''$ 1 14 59,8	29154 29148
Scalenabstand = 2998,1 mm.		Mittel = 19,33				29151	

§ 47. Schwingungsdauer. Der Scalenabstand betrug 1500 mm. Neben den beobachteten Schwingungsdauern t' in richtigen Secunden stehen die mittleren Amplituden, dann die auf kleine Schwingungen reducirten Dauern t . Die Beobachtungen wurden etwa 20 Minuten lang fortgesetzt, unter Abwechselung der Beobachter. Auch hier würde die Mittheilung von Einzelheiten ganz unnütz sein; die Uebereinstimmung der einzelnen Werthe ist so vollkommen, wie sie bei Schwingungsdauern fester Systeme stets zu sein pflegt. Das Dämpfungsverhältniss war kleiner als 1,002.

Bei der zweiten Reihe ist das Bifilarvariometer nicht notirt worden. An einem so ausnehmend ruhigen Tage kann man aber ohne Bedenken das Mittel aus den Beobachtungen vorher und nachher setzen. Die Schwingungen fanden von 3^h 44^{min} bis 4^h 2^{min} statt. Das Bifilarvariometer zeigte den Stand:

2 ^h 59min	3 ^h 13min	24min	29min	4 ^h 14min	31min	41min
19,3	19,4	19,2	19,4	19,6	19,2	19,3 ^p

Das Mittel aus allen würde sein 19,3, aus der nächst vorhergegangenen und folgenden Ablesung 19,5. Wir nehmen 19,4^p als den Stand während der Schwingungen, der gewiss auf wenige Zehntel richtig ist. Selbst durch einen Fehler von 1^p würde unser Endresultat nur um $1/40000$ beeinflusst werden.

Ueber die Berechnung von $H(M + \mu H)$, wo μ der durch das magnetische Feld Eins inducirten (§ 19) Magnetismus 45 [cm, g] bedeutet s. § 23.

Beobachtungen:

t beob. sec	Ampl. p	t reduc. sec	Bif.-Var. p	$H(M+\mu H)$
------------------	------------	-------------------	----------------	--------------

16. October	6,4677	104	6,4675	22,92	1100,42
20. October	6,4683	130	6,4681	19,4	1100,23

§ 48. Berechnung von H . Wir reduciren nach § 18 alle Beobachtungen auf den Stand 20 des Bifilarvariometers. Um dann M zu eliminiren, fügen wir noch zu M/H den Werth $\mu = 45$ hinzu und erhalten so $(M + \mu H)/H$.

	$\frac{M}{H}$	$\frac{M+\mu H}{H}$	$H(M+\mu H)$	H_{20}	H_0 Tang.- Bussole
16. October	29228	29273	1101,81	0,19401	0,19393
20. "	29159	29204	1099,94	0,19407	0,19399

Die letzte Spalte gibt die Intensität für die Tangentenbussole, welche nach § 12 um 0,00039 H kleiner ist, als die durch Beobachtung gefundene.

Erdmagnetismus 1881. Bifilargalvanisches Verfahren.

§ 49. Gleichzeitig beobachtete Ausschläge
des Bifilargalvanometers und des Magnetometers.

Bif.-Galv.	Magn.	Bif.-Galv.	Magn.	Bif.-Galv.	Magn.
Oct. 14a	Süd	Oct. 21a	Nord	Oct. 21 b ₁	Süd
212,18	225,80	171,83	183,96	220,74	235,73
211,70	225,42	171,63	183,71	220,22	235,26
211,09	224,85	171,37	183,38	219,92	234,92
	Nord	171,17	183,11	219,64	234,54
211,98	226,38	171,07	182,98		Nord
211,16	225,48			219,58	235,00
210,75	225,00			219,13	234,55
Oct. 14b	Süd		Süd	218,77	234,25
137,52	146,64	171,33	183,04	218,55	233,87
137,28	146,37	171,01	182,52	Oct. 21 b ₂	Süd
137,19	146,27	170,69	182,21	162,16	173,33
	Nord	170,61	182,15	161,91	173,23
136,96	146,48	170,58	181,94	161,78	173,12
136,86	146,42	—	—	161,66	172,97
136,89	146,48	—	—		Nord
—	—	—	—	162,07	173,54
—	—	—	—	161,92	173,31
—	—	—	—	161,76	173,30
—	—	—	—	161,61	173,11

Allgemeine Bemerkungen über das Beobachtungsverfahren sind § 31 gegeben. Die vorstehende ausführliche Zusammenstellung der am Bifilaralvanometer und am Magnetometer erhaltenen correspondirenden Ausschläge beweist den gleichmässigen Gang beider Instrumente.¹⁾

§ 50. Die Formel, aus welcher H berechnet wird, findet sich § 30. Ueber die Reduction von H auf Bif.-Var. 20,0 und die Nadel der Tangentenbussole s. § 12 und 13.

	Bif.-Galv.	Magnetom.	Bifilar-	H in [cm, g]		
	n	n'	Var.	beob.	Var. 20,0	Tang.-Buss.
Oct. 14 a	mm 211,49	mm 225,50	p 19,55	0,19417	0,19413	0,19405
" 14 b	137,14	146,47	19,42	0,19418	0,19413	0,19406
" 21 a	171,15	182,92	19,65	0,19404	0,19401	0,19394
" 21 b ₁	109,78	117,38	18,86	0,19412	0,19403	0,19395
" 21 b ₂	80,98	86,62	18,73	0,19406	0,19395	0,19388

Die Abweichung zwischen der ersten und der letzten Gruppe beträgt 0,00013 und ist eigentlich etwas grösser, als die Genauigkeit der Beobachtung dies erwarten liesse. Der Unterschied wird aber theilweise auf das Variationsinstrument zurückzuführen sein, und wenn man beachtet, dass eine ganze Woche zwischen diesen Beobachtungen liegt, so muss die Uebereinstimmung für eine gute erklärt werden.

Zusammenstellung und Mittelwerth der Horizontalintensität H_0 in der Tangentenbussole für den Stand 20,0 des Bifilarvariometers.

§ 51. Die Gauss'sche Methode hat ergeben (§ 48):

$$\begin{array}{lll} \text{Oct. 16} & \text{Oct. 20} & \\ H_0 = 0,19393 & 0,19399 & \text{Mittel } 0,19396 \end{array}$$

Die bifilaralvanische Methode (§ 50):

1) Um die Mittelwerthe des § 50 unter gleichmässiger Berücksichtigung den einzelnen Beobachtungen aus diesen Zahlen zu erhalten, in denen zum Zwecke der Vergleichung schon die Ausschläge nach rechts und links combinirt werden mussten, ist für Oct. 14 und Oct. 21 a je der zweite, resp. der zweite und vierte Werth wegzulassen.

Oct. 14 a	Oct. 14 b	Oct. 21 a	Oct. 21 b	Mittel
			0,19395	0,19388
$H_0 = 0,19405$	0,19406	0,19394	0,19391	
Mittel Oct. 14	0,19406	Oct. 21	0,19393	0,19399

Als Resultat aus den beiden zufällig so gut wie gleichen Mittelwerthen erhalten wir also:

$$H_0 = 0,19398.$$

Bei den Silberniederschlägen 1881 ist also zu setzen, wenn der gleichzeitige Variometerstand $= \beta$ ist (vgl. § 13):

$$H = 0,19398 + 0,000\,083\,6 \cdot (20 - \beta).$$

Chemische und magnetische Strommessung 1881.

§ 52. Von den § 14 beschriebenen Voltametern kam bei allen Versuchen dasjenige mit dem Platintiegel zur Verwendung. Bei den Versuchen Nr. 1 und 2 war außerdem dasjenige mit einem Becherglase, welches beide Electroden enthielt, eingeschaltet. Bei Nr. 3, 4 und 5 aber wurde das letztere durch die zwei mit einem Heber überbrückten Bechergläser ersetzt.

Die Lösungen enthielten: die eine 20 Proc. Höllensteinkohle von Rössler in Frankfurt, die andere 30 Proc. desgleichen von Morelli in Würzburg. Wegen ihres geringeren Widerstandes verwendete man die letztere immer im Hebervoltmeter, die andere wurde bei Nr. 1 und 2 im Bechervoltmeter gebraucht. Im Tiegelvoltmeter wechselten beide Lösungen dementsprechend.

Am Schlusse des Versuches Nr. 2 waren auf dem Boden des Becherglases dunkle und helle Körnchen von zusammen 2,0 mg Gewicht; sie stammten offenbar von beiden Electroden, und die Kathode gab auch, je nachdem man die 2 mg hinzurechnete oder nicht, ein Mehr oder Weniger gegen den Niederschlag im Tiegel. Daher konnte bei diesem Versuch nur der letztere in Rechnung gesetzt werden.

Umgekehrt musste bei Nr. 4 der Tiegel ausgeschlossen werden; denn gegen den Schluss des Versuches wuchs der Stromausschlag in ungewöhnlicher Weise etwas an, in der letzten Minute um etwa drei Scalentheile ($1\frac{1}{2}$ Proc.). Man unterbrach den Versuch bei dem nächsten vollen Minuten-

schlage. Die mittleren Ausschläge in den letzten zwei Minuten konnten durch eine graphische Darstellung genau genug festgestellt werden, dass für das Gesamtmittel keine Unsicherheit von 0,02 Scalentheilen entsteht. Als Ursache des Stromwachsthums zeigte sich aber, dass ein feiner Ast von Silber aus dem Tiegel bis nahe an den Anodenstift herangewachsen war, und da der Tiegelniederschlag etwa 0,2 mg Silber weniger zeigte, als der im Hebervoltameter gefundene, so schloss man den ersten von der Rechnung aus, weil vielleicht kurze Zeit hindurch schon eine metallische Zweigleitung bestanden haben konnte.

Endlich kam auch bei Nr. 3 ein Missfall anderer Art vor. Bei einer Ablesung der Tangentenbussole war der Ausschlag um 30^p kleiner als vorher und nachher. Dies rührte dem Augenschein gemäss von einem feinen Quecksilberfäddchen her, welches von dem Kupferstift aus dem Commutator mit heraufgezogen war und eine Nebenleitung bildete. Man überzeugte sich, dass bei der betreffenden Versuchsreihe der Umstand nicht wieder eintrat (und füllte nachher mit reinem Quecksilber). Immerhin gingen zwei Ablesungen hierdurch für die Beobachtung verloren, und wenn man auch diesen Verlust durch Interpolation bei der Rechnung ausgleichen konnte, so mag der Mittelwerth für den Ausschlag doch um einige Hundertel Millimeter unsicher sein.

Wir werden deswegen den Resultaten von Nr. 2, 3 und 4 gegen 1 und 5 das halbe Gewicht beilegen.

§ 53. Als Beispiel sollen die Bestimmungen Nr. 1 ausführlich gegeben werden.

Die Wägungen ergaben vorher, wobei die nicht benutzten Werthe eingeklammert sind:

Tiegel	Blech
5 h 30 min 14,49546 g	(2 h 20 min 3,75944 g)
5 10	3,75941;

nachher, nachdem das Auswaschen und Trocknen bei 150° bei dem Blech um 7^h30 beendigt worden war, bei dem Tiegel zu einer früheren nicht notirten Zeit:

(7 h 30 min	15,17320 g)	(7 h 42 min	4,43688 g)
8 4	15,17322	8 20	4,43690
Niederschlag .	0,67776 g		0,67749 g
im leeren Raum .	0,67774		0,67747
Mittel $m = 0,67760 \text{ g} \pm 0,00014$.			

Der Schluss des Stromes von 10 Dan. mit eingeschalteten 20 S-E, fand statt 6^h 11^{min} 0,0^{sec}. Die Unterbrechung 6^h 41^{min} 0,0^{sec}. Stromdauer also $t = 30$ Minuten. Chronometer = 1800,12 sec.

Die Scalenablesungen, auf richtige Millimeter reducirt, waren:

6 ^h 11,5 min	283,15	26,5 min	947,46
12,5	947,51	27,5	283,96
13,5	283,96	28,5	
14,5	7,01	29,5	7,36
15,5	3,76	30,5	
16,5	7,21	31,5	7,31
17,5	3,76	32,5	
18,5	7,41	33,5	6,87
19,5	3,85	34,5	
20,5	7,46	35,5	6,62
21,5	3,76	36,5	
22,5	7,61	37,5	6,17
23,5	3,45	38,5	
24,5	7,46	39,5	5,77
25,5	3,81	40,5	

Mittel: $2n = 946,92 - 284,38 = 662,54 \text{ mm}$ $n = 331,27 \text{ mm}$.

(Die Deklinationsvariationen waren gleichfalls notirt, aber von so geringem Betrage ($\pm 0,3 \text{ mm}$ höchstens), dass sie sich aus obiger Mittelnahme von selbst herausheben.)

Der Scalenabstand betrug $A = 3055,0 \text{ mm}$. Hieraus folgt $\operatorname{tg} 2\omega' = 321,27/3055,0$, $\omega' = 3^{\circ}5'39,5''$. Die Correction wegen des Heraustretens aus den Windungsebenen (§ 15) beträgt $+0,2''$, also $\omega = 3^{\circ}5'39,7''$.

Das Bifilarvariometer stand:

um 6 ^h 13 ^{min}	19	23	26	31	36	40 ^{min}
auf 18,88	18,87	18,82	18,71	18,66	18,66	18,66 p

im Mittel also auf 18,77^p. Die in Rechnung zu setzende Horizontalintensität ist hiernach (§ 51):

$$H = 0,19398 + 0,0000836 \cdot (20 - 18,77) = 0,19408.$$

Die mittlere Stromstärke also (§ 15):

$$i = 3,2072 H \operatorname{tg} w = 0,033647 [\text{cm}, \text{g}] = 0,33647 \text{ Am.}$$

Die Strommenge beträgt $i \cdot t = 60,570$ [cm, g] = 605,70 Coul.
Das electrochemische Aequivalent des Silbers findet sich:

$$E = \frac{m}{i \cdot t} = \frac{0,67760}{60,570} = 0,011\,187 \text{ [cm, g]} = 1,1187 \frac{\text{mg Silber}}{\text{sec Amp.}}$$

§ 54. Zusammenstellung der Resultate 1881.

Tangentenbussole. Scalenabstand Oct. 19: 3055,0; Oct. 22:
3050,1 mm.

Datum	Nr.	Bif.-Var.	H [cm, g]	$2n$	ω	i [cm, g]	t	$i \cdot t$
Oct. 19	1	18,77 ^p	0,19408	662,54	3° 5' 39,7"	0,033649	1800,1	60,573
" "	2	18,26	0,19412	494,66	2 18 51,4	0,025161	3000,2	75,487
Oct. 22	3	19,31	0,19403	435,65	2 2 32,9	0,022193	1980,1	43,945
" "	4	18,54	0,19410	402,74	1 53 19,1	0,020527	2840,2	54,196
" "	5	16,21	0,19429	403,46	1 53 31,2	0,020584	3000,2	61,757

Silberniederschläge.

Nr.	Tiegel	Blech	m	$A = \frac{m}{i \cdot t}$	Gewicht
1	0,67774	0,67747	0,67760	0,011 186	1
2	0,84400	—	0,84400	0,011 181	$\frac{1}{2}$
3	0,49137	0,49127	0,49132	0,011 180	$\frac{1}{2}$
4	—	0,60601	0,60601	0,011 182	$\frac{1}{2}$
5	0,69048	0,69090	0,69069	0,011 184	1

Das Mittel aus der Messung 1881 liefert also:

$$E = 0,0111\,833 \text{ [cm, g]}, \text{ oder } E = 1,11833 \frac{\text{mg Silber}}{\text{sec Amp.}}$$

Beobachtungen 1883.

Erdmagnetismus.

§ 55. Ueber die einfach verlaufenden Beobachtungen ist nicht viel zu bemerken, auch verlohnt sich eine Wiedergabe im einzelnen hier nicht. Als Erläuterung für die vollständige Reduction und als Beispiel, wie man auch in der Zeit einer mässigen magnetischen Störung zu guten Zahlen gelangen kann, soll der erste Satz October 6 nachstehend zusammengestellt werden. Bei den Deklinationsvariationen sollen die beobachteten Zahlen bei der einen Lage des Bifilmagnets geklammert und daneben die von dem Local-einfluss des letzteren durch Subtraction von 9,83 corrigirten Zahlen geschrieben werden (vgl. § 37). Die beobachteten Einstellungen des Unifilars werden danach wegen der Dekli-

nationsschwankungen corrigirt. Bei der Mittelnahme der Intensitätsvariometer ist der ersten und letzten Ablesung das Gewicht $\frac{1}{2}$ beizulegen. Alle Zahlen bedeuten beobachtete Millimeter der Ableseskalen.

Decl. Var.	Unifilar beob.	Unifilar corrug.	$2n'$	Absol. Bifil.	$2n$	Bif.- Var.	Abl.- Var.
718,3	121,1	120,8		102,6		15,0°	15,25°
(28,0) 18,17	456,25	456,08	335,28	498,05	395,45	300,0	98,4
19,1	121,85	120,75	5,33	102,7	5,35	300,3	8,35
(29,05) 19,22	457,25	456,03	5,28	497,95	5,25	299,4	8,1
19,3	122,2	120,9	5,13	102,8	5,15	8,7	8,05
(27,9) 18,07	456,2	456,13	5,23	498,0	5,2	8,85	8,0
18,3	121,2	120,9	5,23	102,8	5,05	7,6	7,8
(27,8) 17,97	456,05	456,08	5,18	497,85	5,05	7,15	7,7
18,0	120,85	120,85	5,23	102,8	6,65	6,65	7,6
Mittel	=	335,24		395,21	298,54	97,99	
Corr.	=	+0,04		+0,11	+2,17	-1,89	
		335,28		395,32	300,71	96,10	

Die zwei ersten Correctionen betreffen Theilfehler, die anderen die Temperatur der Variometer (§ 13). Bei dem Bifilarvariometer ist darin eine Correction $-0,22^{\circ}$ wegen der Verschiebung des Controlspiegels inbegriffen (vgl. § 13).

Man sieht den Rückgang der beiden Variometer durch eine allmähliche Abnahme von n/n' in diesen Versuchen deutlich ausgesprochen.

§ 56. Ebenso ist jeder der folgenden sieben Sätze berechnet worden. Dieselben ergaben:

		Unifilar ¹⁾	Bifilar	Bif.-Var.	Abl.-Var.
		$2n$	$2n$		
1. Oct.	süd	334,82	396,18	309,44	98,45
	nord	336,83	395,95	310,07	98,79
	süd	334,74	396,07	310,25	98,86
	nord	337,17	396,17	310,30	98,89
Mittel		335,89	396,09	310,01	98,75
6. Oct.	süd	335,28	395,82	300,71	96,10
	nord	337,49	394,91	296,58	94,95
	süd	335,60	394,75	294,02	94,29
Mittel		336,46	394,97	296,97	95,07

1) Der Bifilmagnet hängt nach diesen Zahlen dem Nordpunkt des Unifilars etwas näher als dem Südpunkt. Die hieraus folgende Correction der Mittelwerthe ist verschwindend klein.

Am 6. October sind natürlich die beiden Beobachtungen „Unifilar süd“ zunächst zu einem Mittel zusammengefasst worden.

§ 57. Mit Hülfe der auf der vorigen Seite zusammengestellten Zahlen, der Formeln des § 45 und der Localeinflüsse § 12 berechnet sich:

	<i>H</i> beob.	<i>H</i> Tang.-Buss.	Bif.-Var.	Abl.-Var.
1. October	0,19411	0,19407	310,01	98,75
6. October	0,19366	0,19362	296,97	95,07
Mittel	0,19385		303,49	96,91

Es bedeutet hiernach für die Nadel der Tangentenbussole der Stand *p* des Bifilarvariometers die Intensität (§ 13):

$$H = 0,19385 + (\beta - 303,5) \cdot 0,000\,042$$

und für den Stand *a* des Ablenkungsvariometers:

$$H = 0,19385 + (\alpha - 96,91) \cdot 0,000\,124.$$

Ein Vergleich dieser Ausdrücke mit den obigen Bestimmungen gibt:

	beob.	berechnet	aus Bif.-Var.	aus Abl.-Var.
1. October	0,19407	0,19412	0,19408	
6. October	0,19362	0,19358	0,19362	

Das Ablenkungsvariometer zeigt keine Abweichungen. Diejenigen des Bifilarvariometers würden $\pm 1^{\circ}$ dieses Instrumentes entsprechen. Mit Rücksicht auf fünf Tage Zwischenzeit muss man unter allen Umständen sehr zufrieden hiermit sein.

Silberniederschläge und Tangentenbussole 1883.

§ 58. Gebraucht wurde stets das Tiegelvoltameter und das Becherglasvoltameter mit der Kathode in dem Glashälchen (§ 14). Lösungen waren im Becherglas 20 Proc. Höllestein von Rössler, im Tiegel 40 Proc. desgleichen von Morelli. Die Tiegelbeobachtung Nr. 4 fällt weg (§ 14), und der Versuch erhält das Gewicht $1/2$. Sonstige Zwischenfälle kamen nicht vor.

Mittlere Stände der Variometer und Erdmagnetismus H
für die Strommessungen.

Datum	Nr.	Bif.-Var.	H	Abl.-Var.	H	H mittel
3. October	1	311,6	0,19419	99,34	0,19415	0,19417
4. "	2	304,9	0,19391	97,27	0,19389	0,19390
4. "	3	310,9	0,19416	99,08	0,19412	0,19414
5. "	4	310,7	0,19415	98,91	0,19409	0,19419

Tangentenbusssole. ($i = 3,15739 H \cdot \tan \omega$; p. 27).

Nr.	Seal.-Abst.	$2n$	ω	H	i	t	$i \cdot t$
	mm	mm		[cm, g]	[cm, g]	sec	
1	2993,8	928,86	4° 24' 32,8"	0,19417	0,047 271	2400,2	113,458
2	2993,8	803,51	3 49 18,2	0,19390	0,040 896	2700,2	110,428
3	2993,6	788,46	3 45 4,0	0,19414	0,040 188	2700,2	108,516
4	2993,7	506,43	2 25 2,6	0,19418	0,025 875	3180,2	82,290

Silberniederschläge.

Nr.	Tiegel	Blech	m	$= \frac{m}{i \cdot t}$	Gewicht
	g	g	g		
1	1,26856	1,26871	1,26864	0,011 182	1
2	1,23502	1,23475	1,23488	0,011 183	1
3	1,21359	1,21343	1,21351	0,011 183	1
4	—	0,92003	0,92003	0,011 180	1/2

Also Mittel 1883:

$$E = 0,011 1822 [\text{cm}, \text{g}].$$

Vergleich der beiden Resultate.

§ 59. Mit dem Mittelwerthe von 1881 (§ 54): 0,011 1833 stimmt der zweite auf $1/10000$ überein. Trotz der auf die Messung verwandten Sorgfalt müssen wir diesen Grad von Ueber-einstimmung als einen mehr oder weniger zufälligen hinnehmen. Eine ungünstige Summirung der Beobachtungsfehler würde einen Unterschied von mehreren Zehntausendsteln bewirkt haben können. Indessen ist es ja, in Uebereinstimmung mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung, eine gewöhnliche Erscheinung, dass die Beobachtungsfehler sich in grösseren Messungsreihen grössttentheils wieder herausheben. Auch die seit unserer ersten Veröffentlichung vorgenommene vollständige Revision der Rechnung, bei welcher eine Anzahl kleiner

Einflüsse neu berücksichtigt worden sind, hat ja an dem damals veröffentlichten Resultate kaum etwas geändert.

Auch wenn man die den einzelnen Resultaten gegebenen Gewichte, oder auch die Gruppierung bei früheren Mittelnahmen, etwa für den Erdmagnetismus 1881 abändert, so wird das Resultat dadurch nicht merklich beeinflusst. Da nun bei beiden Beobachtungsreihen durchaus verschiedene Instrumente gebraucht worden sind, so gibt die Uebereinstimmung eine gewisse Sicherheit, dass erhebliche constante Fehler vermieden wurden.

Schlussresultat.

§ 60. Das electrochemische Aequivalent des Silbers ist:

$$E = 0,011\,183 \text{ [cm}^{-\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{4}}\text{]},$$

oder der Strom 1 Ampère hat in einer Secunde die Zersetzungspredote:

1,1183 mg Silber, 0,3280 mg Kupfer, oder 0,010 386 mg Wasserstoff, 0,09327 mg Wasser oder endlich 0,1740 ccm Knallgas von 0° und 760 mm Druck. Das letztere Resultat stimmt auf $\frac{1}{2}$ Proc. mit dem von Weber aus seiner ersten Messung abgeleiteten Werthe.

Würzburg und Hannover, November 1885.

II Ueber Doppelbrechung des Lichtes in Metallschichten, welche durch Zerstäuben einer Kathode hergestellt sind; von A. Kundt.

Bei meinen Versuchen über die electromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes habe ich die zu benutzenden durchsichtigen Schichten von Eisen, Cobalt und Nickel galvanoplastisch auf dünnen, durchsichtigen, auf Spiegelglas eingebrannten Platinflächen niedergeschlagen.

Da die mikroskopische Betrachtung dieser Platinspiegel ergab, dass die Platinschicht das Glas nicht immer in einer völlig gleichmässig cohärenten Schicht bedeckte, und andererseits das Platin das durchgehende Licht durch Absorption

nicht unerheblich schwächt, habe ich versucht, die Metalle Eisen, Cobalt und Nickel direct auf Glas durch electrische Entladungen im Vacuum niederzuschlagen.

Bekanntlich wird die Kathode in einem Geissler'schen Rohr bei geeigneter Stärke der electrischen Entladung zerstäubt, und setzt sich das Metall an den Rohrwänden als spiegelnde Schicht ab. Hr. Wright¹⁾ hat bereits auf diese Weise mit geeigneten Apparaten auf ebenen Glasstücken schöne, durchsichtige Spiegel der verschiedensten Metalle erhalten. Der von mir benutzte Apparat war dem Wright'schen ähnlich. Ein etwa 10 cm weiter, vertical gestellter, beiderseits offener Glascylinder kann oben und unten durch abgeschliffene Glasplatten geschlossen werden, in welche verticale Glasröhren eingekittet sind. In die untere ist eine Aluminiumelectrode eingeschmolzen; in der oberen befindet sich die Kathode aus dem Metall, welches zerstäubt werden soll. Dieselbe ist in ein engeres Rohr eingeschmolzen, welches mit einem Kautschukstopfen in das eingekittete Rohr eingesetzt wird. Diese Anordnung erlaubt, die Kathode leicht zu wechseln. Die Glasplatte, auf welcher sich der Niederschlag bilden soll, wird auf einen Glasdreifuss horizontal unter die vertical abwärts gerichtete Kathode gelegt. Durch eine Quecksilberluftpumpe wird der Apparat bis zu hinreichender Verdünnung ausgepumpt. Die electrischen Entladungen lieferte ein grosser Inductionsapparat, der durch 3—6 Bunsen'sche Elemente erregt wurde.

Ist das Metall der Kathode leicht oxydirbar, so muss aus dem Apparat mit der grössten Sorgfalt aller Sauerstoff und Wasserdampf entfernt werden. Es wurde dies durch oftmaliges Einleiten von möglichst reinem und trockenem Wasserstoff erreicht. Bei genügender Sorgfalt kann man, wie schon Wright gezeigt hat, selbst sehr leicht oxydirbare Metalle, wie Eisen, metallisch niederschlagen. Die Kathode zerstäubt meist gut und schnell, wenn dieselbe rothglühend ist; doch muss man für jedes Metall die geeignetsten Bedingungen bezüglich des Gasdrucks im Apparat und der Stärke

1) Wright, Sill. Journ. Jan. 1877 u. Sept. 1877.

der electrischen Entladungen aufsuchen. Die auf die angegebene Weise niedergeschlagenen Metallspiegel erweisen sich unter dem Mikroskop im durchfallenden Licht als völlig cohärent und homogen; sie zeigen meist, auch wenn sie anscheinend ganz oxydfrei sind, Newton'sche Ringe, die besonders deutlich und schön sichtbar sind, wenn die Platten bei ziemlich schiefer Incidenz des Lichtes mit einem Nicol'schen Prisma betrachtet werden. Als ich dieselben aber behufs der Untersuchung der electromagnetischen Drehung zwischen gekreuzte Nicols brachte, fand ich zu meiner Ueberraschung, dass die Spiegel doppelbrechend waren. Es wurde bald festgestellt, dass nicht das Glas bei der Herstellung der Metallschichten dauernd doppelbrechend geworden war, sondern dass die dünnen Metallschichten selbst die beobachtete optische Erscheinung bedingten. Die Axen der Doppelbrechung, d. h. die Schwingungsebenen, nach denen diejenige des einfallenden, geradlinig polarisirten Lichtes zerlegt wird, lagen an den verschiedenen Stellen der Spiegel in verschiedenen Richtungen. Um zu erkennen, ob an jeder Stelle der Platte die Doppelbrechung in bestimmter Weise zur Lage der Kathode orientirt sei, wurde letzterer die möglichst einfache Form gegeben. Bei allen folgenden Versuchen bestand, wenn nicht speciell anderes bemerkt ist, die Kathode aus einem geraden, etwa 2 cm langen und 0,2—0,5 mm dicken Draht. Unter demselben, der im Apparat vertical abwärts gerichtet war, befand sich die horizontale Glasplatte in 2 bis 12 mm Abstand.

Das Metall setzt sich bei dieser Anordnung direct unter der Kathode in grösster Dicke ab; von diesem Punkte nimmt die Dicke in allen Radien continuirlich ab. Man erhält, ähnlich wie bei der Herstellung der Nobili'schen Ringe, eine conische Metallschicht. Die Spitze des Conus liegt genau im Fusspunkt der Kathode. Als Metall eignet sich am besten Platin. Dasselbe schmilzt sich leicht in Glas ein, zerstäubt leicht und ist nicht oxydirbar. Die meisten der Versuche wurden daher mit Platin angestellt. Dieselben Erscheinungen zeigten aber auch die übrigen Metalle, mit denen Versuche angestellt wurden, nämlich Palladium, Gold, Silber,

Eisen und Kupfer. Betrachtet man nun einen solchen conischen Spiegel zwischen gekreuzten Nicol'schen Prismen bei Benutzung von parallelem Sonnenlicht entweder mit blossem Auge oder besser mit einem schwach vergrössernden Fernrohr, so zeigt sich ein helles Feld, durchzogen von einem schwarzen Kreuz. Der Mittelpunkt des Kreuzes liegt an der Spitze der conischen Metallschicht, also in dem Punkt, über welchem sich die Kathode befand; die Arme des Kreuzes fallen zusammen mit den Schwingungsrichtungen des Lichtes im polarisirenden und analysirenden Nicol. Ist die Erscheinung durch Doppelbrechung hervorgerufen, so liegen mithin die Axen der Doppelbrechung an jeder Stelle in der Richtung der Radien von der Spitze der conischen Schicht und normal zu diesen Radien.

Es wurde sodann die Reflexion des Lichtes von den Platten untersucht. Durch ein Nicol polarisirtes Licht fiel möglichst senkrecht auf eine der conischen Platten; das reflectirte Licht wurde durch ein zweites, zum ersten gekreuztes Nicol analysirt. Es zeigte sich dann bei der Reflexion des Lichtes die gleiche Erscheinung wie beim Durchgang desselben, d. h. das schwarze Kreuz im hellen Feld, und zwar sowohl wenn die Reflexion an dem Metall in Luft erfolgte, wie dann, wenn die Glasseite dem einfallenden Licht zugekehrt war, sodass letzteres erst das Glas durchstrahlte und an der Grenzfläche zwischen Glas und Metall reflectirt wurde. Besonders hervorgehoben mag noch werden, dass die Erscheinung sowohl beim Durchgang des Lichtes, wie bei der Reflexion noch in ausserordentlich dünnen Metallschichten, welche das durchgehende Licht nur wenig absorbiren, deutlich auftat. Andererseits sieht man das Kreuz im reflektirten Licht auch an Metallschichten, welche eine solche Dicke haben, dass sie völlig undurchsichtig sind. Die Erscheinung bei der Reflexion kann mithin nicht dadurch zu stande kommen, dass das Licht die Metallschicht zweimal, d. h. hin und zurück durchläuft.

Es fragt sich nun, wie ist die beobachtete Erscheinung zu erklären; sind wirklich die dünnen Metallschichten doppelbrechend, und zwar so, dass diese Doppelbrechung selbst im

reflectirten Licht auftritt, und wenn dies der Fall, wodurch ist die Entstehung dieser Doppelbrechung bedingt?

1. Zunächst könnte man, wie schon oben angedeutet ist, meinen, dass nicht die Metallschicht, sondern das Glas doppelbrechend sei. Bei den electrischen Entladungen wird das Glas stark erwärmt. Diese Erwärmung ist jedenfalls direct unter der Kathode am stärksten. Indem das Glas sich hernach abkühlt, könnte es in einem Zustand der Spannung bleiben, welcher die beobachtete Doppelbrechung bedingt. Diese Annahme ist aber nicht zulässig. Es wurden sorgfältig Glasstücke ausgewählt, welche auch bei Benutzung von intensivstem Sonnenlicht keine Doppelbrechung durch Spannung oder schnelle Abkühlung zeigten, dann im Apparat mit der Metallschicht überzogen. Wurde dann hernach die Metallschicht von dem Glas wieder abgewischt, so erwies sich dasselbe auch noch völlig einfach brechend. Wird nur ein Theil der Metallbelegung weggeschwitten, so ist zwischen Nicol'schen Prismen die Doppelbrechung nur genau so weit sichtbar, als das Metall reicht. Bergkrystall wird durch Erwärmen und Abkühlen nicht erkennbar in seiner Doppelbrechung geändert. Es wurde daher eine Metallschicht auf eine parallel der Axe geschnittene Bergkrystallplatte niedergeschlagen. Bei der Untersuchung derselben auf Doppelbrechung wurde die unbelegte Seite der Quarzplatte dem einfallenden Licht zugewandt, und zwar so, dass die Richtung der Axe mit der Polarisationsebene des Polarisators zusammenfiel. Das polarisierte Licht geht dann ohne jede Aenderung seines Schwingungszustandes durch die Krystallplatte bis zur Metallbelegung. Die beim Durchgang durch die belegte Platte beobachtete Doppelbrechung war genau die gleiche, wie bei den auf Glas niedergeschlagenen Spiegeln.

Völlig ausgeschlossen scheint mir endlich die Annahme, dass die Erscheinung durch die Platten, auf welchen die Spiegel niedergeschlagen sind, bedingt werde, dadurch zu sein, dass, wie oben angegeben, dieselbe auch bei der Reflexion des Lichtes von dicken, völlig undurchsichtigen Metallschichten auftritt.

2. Es wäre möglich, dass die Erscheinung zwischen ge-

kreuzten Nicol'schen Prismen, das schwarze Kreuz in hellem Gesichtsfeld, zwar durch die Metallschichten hervorgerufen würde, aber nicht dadurch, dass dieselben doppelbrechend sind, sondern dadurch, dass dieselben eine conische Form haben.

Es sei die Glasplatte mit der Metallbelegung senkrecht zur Richtung der parallelen geradlinig polarisirten Lichtstrahlen; die mit Metall belegte Seite sei dem Beobachter zugewendet, dann geht das Licht, wenn Glas und Metall nicht doppelbrechend sind, ohne Aenderung der Polarisationsebene bis zur vorderen Grenzfläche zwischen Metall und Luft. Da diese Grenzfläche conisch ist, so tritt an jeder Stelle eine Brechung der Strahlen beim Austritt aus dem Metall ein. Durch diese Brechung wird an allen den Stellen, an welchen nicht die Brechungsebene parallel oder senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist, die Lage der Polarisationsebene geändert. Von allen den Strahlen, deren Polarisationsebene geändert ist, geht eine Componente durch ein analysirendes Nicol, dessen Polarisationsebene senkrecht zur Polarisationsebene des einfallenden Lichtes ist, hindurch. Von den Strahlen, deren Polarisationsebene bei der Brechung nicht geändert ist, geht keine Componente durch das analysirende Nicol.

Es ist also klar, dass eine conische Schicht eines einfach brechenden Körpers zwischen zwei gekreuzten Nicols das oben angegebene Bild, helles Gesichtsfeld mit schwarzem Kreuz, zeigen muss. Für die Reflexion von einer conischen Fläche gilt das Gleiche, was soeben für die Brechung gesagt wurde; eine conische Schicht muss zwischen gekreuzten Nicols, also auch bei Reflexion die gleiche Erscheinung zeigen. Indessen wird die Aenderung in der Polarisation bei der Brechung in unserem Fall nur eine ausserordentlich geringe sein können, da die Seiten des Metalliconus nur eine äusserst geringe Neigung gegen die Glasfläche haben. Wird schon hierdurch wahrscheinlich, dass die beobachtete Erscheinung nicht durch die conische Form der Schicht bedingt sein kann, so wird durch den Umstand, dass das schwarze Kreuz im hellen Feld auch, wie oben angegeben, beobachtet wird,

wenn das Licht an der Grenzfläche von Glas und Metall reflectirt wird, bestimmt und sicher ausgeschlossen, dass die conische Form der Metallschicht die Erscheinung hervorrufe. Die Grenzschicht zwischen Glas und Metall ist nicht conisch, sondern eben.

3. Es muss daher angenommen werden, dass die im Vacuum durch die electrischen Entladungen niedergeschlagenen Metallschichten in Wirklichkeit doppelbrechend sind, und zwar in der oben angegebenen Weise, dass an jeder Stelle die Axen der Doppelbrechung radial zum Fusspunkt der Kathode und senkrecht zu diesen Radien liegen. Es bleibt nur festzustellen, wodurch die Doppelbrechung entsteht; ob die Metallschicht wie eine ungleich gespannte elastische Membran oder wie eine schnell gekühlte, kreisrunde Glasplatte, deren Doppelbrechung ebenfalls durch elastische Spannung bedingt ist, zu betrachten sei, oder ob man annehmen muss, dass die Metallschicht im eigentlichen Sinn krystallinisch sei.

Kreisrunde Tropfen von Leim und ähnlichen Substanzen, die auf einer Platte eingetrocknet sind, zeigen, wie dünne, kreisrunde, schnell gekühlte Glasplatten, wie Stärkekörner etc., zwischen gekreuzten Nicol'schen Prismen gleichfalls ein dunkles Kreuz im hellen Gesichtsfeld; der Schnittpunkt des Kreuzes liegt auch hier in der Mitte der kreisrunden Tropfen oder Scheiben. Da nun die Glasplatte, auf der das Metall abgesetzt wird, ebenso wie letzteres, bei der Entladung stark erwärmt wird, und diese Erwärmung direct unter der Kathode jedenfalls am stärksten ist, so könnte man vermuthen, dass nach der Abkühlung, zwar nicht in der Glasplatte, aber in der Metallschicht eine radiale Spannung bestehen bleibt, welche die Schicht doppelbrechend macht.

Mannigfach variierte Versuche haben mir indess gezeigt, dass die Annahme einer solchen elastischen Spannung, welche die Doppelbrechung bedingt, nicht wohl aufrecht zu erhalten ist. Es ist erstens schwer einzusehen, warum, wenn die Metallschicht eine solche erhebliche Spannung besitzen sollte, nicht auch das Glas, auf welchem sich dieselbe befindet, bei der Herstellung dauernd gespannt, also doppelbrechend sein

sollte. Glas ist optisch ja so ausserordentlich empfindlich für Spannungen; die kleinsten elastischen Deformationen bedingen im Glas sehr starke Doppelbrechung. Wischt man indess die Metallschicht vom Glas ab, so zeigt dieses, wie oben angegeben, wenn es vor der Belegung mit Metall keine Doppelbrechung zeigte, auch nach dem Abwischen keine Spur derselben.

Wurde ferner eine Glasplatte auf chemischem Wege mit einer dickeren Silberschicht überzogen, oder auf eine Glasplatte ein Goldblatt eben aufgelegt, sodass es glatt hafte, oder wurde endlich ein mit einer dickeren Platinschicht überzogenes Glas benutzt, und auf dem Metall dieser Stücke im Vacuum durch die Entladung des Inductoriums eine conische Schicht von Platin oder einem anderen Metall niedergeschlagen, so zeigte diese conische Schicht im reflectirten Licht zwischen Nicols das schwarze Kreuz in gewohnter Weise. Liess man indessen das polarisierte Licht von der Glasseite, sodass es durch diese hin und zurück lief, an der nicht durch Inductionsentladung niedergeschlagenen Metallfläche reflectiren, so zeigte sich keine Spur des schwarzen Kreuzes, zum Beweise, dass das Glas nicht doppelbrechend, also auch nicht gespannt sei.

Sodann kann man folgende Ueberlegung machen.

Denkt man sich auf einer Glasfläche eine ganze Menge dicht aneinander liegender Leimtropfen, so würde jeder derselben beim Eintrocknen doppelbrechend und würde für sich ein kleines schwarzes Kreuz zeigen, ein grosses, das ganze Gesichtsfeld durchziehendes schwarzes Kreuz, dessen Schnittpunkt an einer ganz bestimmten Stelle liegt, kann hierbei nicht erhalten werden. Verhielte sich die Metallschicht wie eine gespannte Leimschicht, wäre sie durch Spannung doppelbrechend, so könnte man den Fall der aufgespritzten Leimtröpfchen damit nachahmen, dass man das Metall nicht in cohärenter Schicht, sondern in lauter kleinen Fleckchen niederschlägt. Ich habe das in der Weise erreicht, dass ich die Glasplatte, auf welcher das Metall sich ablagn solle, vorher mit sehr feinem Sand bestreute. Nachdem die Platte aus dem Apparat genommen war, wurde der Sand ausge-

schüttet, das Metall sass dann auf der Platte in lauter kleinen Fleckchen.

Zwischen Nicols betrachtet, zeigte sie nichtsdestoweniger sehr schön das schwarze Kreuz, und lag der Schnittpunkt desselben wie immer genau im Fusspunkt der Kathode.

Wäre elastische Spannung die Ursache der Doppelbrechung, so müsste es auch wohl möglich sein, Doppelbrechung in Metallschichten zu erzeugen, indem man in denselben auf irgend andere Weise Spannungen hervorruft. Am leichtesten wird dies in anderen isotropen Körpern erreicht durch ungleiches Erwärmten. Setzt man auf eine Glasplatte, selbst auf eine sehr dünne, einen heissen Draht mit der Spitze auf, so sieht man zwischen Nicol'schen Prismen bei durchgehendem Lichte sofort das schwarze Kreuz mit dem Schnittpunkt an der Berührungsstelle des Drahtes. Nimmt man statt der Glasplatte ein in einem Rahmen aufgespanntes Goldblättchen, so erhält man bei Berührung mit dem heissen Draht weder im durchgehenden, noch im reflectirten Lichte das Interferenzbild. Man erhält letzteres ebensowenig, wenn man bei einem platinirten oder versilberten Glase einen heissen Draht auf die Metallschicht setzt und das vom Metall reflectirte Licht zwischen Nicols betrachtet. Auch bei einer im Vacuum durch electrische Entladung niedergeschlagenen Platinschicht, die das schwarze Kreuz bei der Reflexion sehr schön zeigte, konnte durch Aufsetzen eines heissen Drahtes an irgend einer Stelle das Kreuz im reflectirten Licht nicht in erkennbarer Weise verändert werden. Ebensowenig zeigte sich eine Doppelbrechung bei der Reflexion, als ein mit Metall belegtes Stück Glas gezogen oder gepresst wurde.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass die Spannungen, welche man durch ungleiches Erwärmten oder durch mechanischen Zug in den benutzten dünnen Metallschichten erzeugen kann, eine nachweisbare Doppelbrechung, die bei der Reflexion zu erkennen wäre, nicht hervorzurufen im Stande sind.

4. Nach den vorstehenden Versuchen scheint es unwahrscheinlich, dass ein Zustand elastischer Spannung, vergleichbar dem in eingetrockneten Leimstücken oder gekühlten

Gläsern, die Doppelbrechung der Metallschichten bedingt. Es bleibt mithin, soviel ich sehe, nichts anderes übrig, als anzunehmen, dass die Metalltheilchen durch irgend eine Ursache sich auf der Glasplatte krystallinisch anordnen. Man könnte zunächst vermuten, dass diese krystallinische Anordnung in der Weise zu Stande kommt, dass kleine Krystallindividuen, die sich aus dem von der Kathode ausgesandten Metall bilden, sich in einer bestimmten Richtung radial anordnen, wie ja oft aus einer Lösung doppelbrechender Krystalle eine radial angeordnete flache Druse sich ausscheidet. Eine solche flache Druse kann dann auch im Polarisationsapparat bei parallelem Lichte ein schwarzes Kreuz zeigen, dessen Schnittpunkt im Mittelpunkt der Druse liegt. In diesem Falle müssen aber die kleinen Krystallindividuen an und für sich doppelbrechend sein. Von den oben genannten Metallen, mit denen Spiegel hergestellt wurden, sind nun aber Silber, Gold und Kupfer für gewöhnlich regulär. Mithin fällt auch diese Annahme fort, man müsste denn annehmen, dass auch die genannten Metalle in verschiedenen Krystalsystemen krystallisiren können. Lässt man diese, soviel ich weiß, bisher unerwiesene Annahme fallen, so muss irgend eine besondere Einwirkung in unserem Falle die Anordnung der Theilchen so modifizieren, dass die Schicht doppelbrechend wird. Die einzige Kraft, die für diesen Zweck in Betracht kommen kann, scheint mir die electrische Wirkung zwischen der Kathode und den weggeschleuderten Theilchen zu sein. Da die Entladungen in dem Apparate discontinuirlich sind, so ist jedenfalls anzunehmen, dass jedes fortgeschleuderte Molecul mit Electricität geladen ist. Ist die Anordnung der Electricität auf dem Molecul infolge der Gestalt desselben oder aus irgend einem anderen Grunde nicht eine allseitig gleiche, so wird durch die Electricität der Kathode jedes Molecul während seiner Bewegung gerichtet werden, und alle Moleküle werden auf der Glasplatte in einer bestimmten Weise orientirt sich absetzen. Die Orientirung wird von der Form der Electrode und der Lage der Platte zu derselben abhängen müssen. Ist die Kathode ein einfacher Draht, und befindet sich vertical unter

derselben die Glasplatte, so muss die Orientirung vom Mittelpunkt der Kathode auf allen Radien die gleiche sein, sodass die beschriebene Art der Doppelbrechung auftritt.

Ich betrachte die hier ausgesprochene Anschaugung über die Entstehung der Doppelbrechung der Schichten als eine hypothetische; sichere Beweise vermag ich für dieselbe nicht zu geben. Nicht im Widerspruch mit derselben scheinen mir die mannigfachen Modificationen des Versuches zu sein, die erhalten wurden, als die Form der Electroden oder die Lage der Platte zur Kathode geändert wurde. Es ergab sich immer, dass die Doppelbrechung an jeder Stelle in bestimmter Weise zur Kathode orientirt war.

Bei gleichzeitiger Benutzung zweier etwa 7—8 mm von einander abstehender vertical abwärts gerichteter Electroden wurde eine Metallschicht erhalten, die zwei schwarze Kreuze zwischen Nicol'schen Prismen zeigte; der Mittelpunkt der Kreuze lag in den Fusspunkten der beiden Kathoden, und die Aeste jedes Kreuzes, wie immer, in den Richtungen der Polarisationsebenen des Polarisators und Analyseurs.

Ist das Metall der Kathode leicht oxydirbar, wie Eisen oder Kupfer, und ist aus dem Versuchsapparat nicht aller Sauerstoff entfernt, so oxydiren sich die von der Kathode ausgehenden Theilchen sofort, und man erhält dann nicht einen metallischen Spiegel, sondern eine Oxydschicht; dieselbe zeigt meist sehr schöne concentrische Interferenzfarbenringe, ähnlich den Nobili'schen Ringen. Diese Oxydschichten zeigen indessen im Polarisationsapparat, soweit meine Erfahrung geht, keine Doppelbrechung. Nimmt man einen guten, nicht oxydirten Spiegel von Eisen oder Kupfer, der die Doppelbrechung zeigt, und erhitzt die Platte in der Luft, sodass die Metallschicht sich in Oxyd verwandelt, so ist, sobald die Oxydation vollständig geworden, auch jede Spur von Doppelbrechung verschwunden. Solange unter der oberflächlich oxydirten Schicht sich noch eine dünne Metallschicht befindet, zeigt diese immer noch Doppelbrechung. — Nimmt man dagegen eine mit einer conischen, doppelbrechenden Platinschicht belegte Glasplatte, so mag man erhitzen, solange und so stark man will, es tritt hernach beim Abkühlen

die Doppelbrechung wieder genau in der gleichen Weise, wie vor dem Erhitzen hervor.

Der Zweck nachstehender Mittheilung war hauptsächlich, darauf hinzuweisen, dass die durch Zerstäuben der Kathode erhaltenen Metallspiegel Erscheinungen der Doppelbrechung zeigen; eine definitive Erscheinung darüber, ob diese Doppelbrechung durch Spannung der Schicht oder durch krystallinische Anordnung der Theilchen, mag diese nun lediglich durch die Molecularkräfte oder unter Mitwirkung electrischer Kräfte zu Stande kommen, werden erst weitere Versuche liefern können. Ich habe nur versucht, die mir möglich scheinenden verschiedenen Erklärungen der Erscheinung zusammenzustellen und anzugeben, was gegen jede der Erklärungen einzuwenden ist. Für die weitere Erkenntniß ist es jedenfalls zunächst nöthig, den Betrag der Doppelbrechung in verschiedenen Fällen zu bestimmen und zu ermitteln, ob alle Metalle den gleichen Sinn der Doppelbrechung zeigen, d. h. ob bei allen die Componente der Schwingung parallel oder senkrecht zum Radius gegen die andere beschleunigt wird, oder ob die verschiedenen Metalle sich in dieser Beziehung verschieden verhalten. Bezüglich der Stärke der Doppelbrechung lässt sich schon auf Grund obiger Versuche, ohne Messungen, vermuten, dass dieselbe eine sehr erhebliche ist. Wie schon angegeben, zeigen noch ausserordentlich dünne Schichten das schwarze Kreuz sehr deutlich.

Auf Grundlage einiger Messungen der Dicke durch Wägung möglichst wenig conischer, ziemlich dicker, aber noch durchsichtiger Spiegel glaube ich nicht zu viel zu sagen, wenn ich angebe, dass noch Spiegel, deren Dicke in der Mitte weniger als 0,00001 mm beträgt, deutliche Doppelbrechung zeigen. Nimmt man an, dass bei einem Spiegel dieser Dicke der Gangunterschied nur $\frac{1}{100}$ Wellenlänge beträgt, so ergibt sich daraus schon eine Differenz der beiden Brechungsexponenten für die *D*-Linie grösser als 0,5. In Wirklichkeit wird die Differenz der Brechungsindices wohl noch grösser sein, und wird es dann verständlich, dass auch bei der Reflexion des Lichtes von den Schichten die Doppelbrechung deutlich zu Tage tritt.

Endlich möge auch noch erwähnt werden, dass ich mehrfach auf durchsichtigen und undurchsichtigen Metallflächen electrolytisch conische Schichten niedergeschlagen habe, indem eine drahtförmige Electrode über der Metallplatte sich befand. Die auf electrolytischem Wege erhaltenen Metallschichten zeigten die oben besprochene regelmässige Doppelbrechung nicht.

Nachdem das Vorstehende bereits geschrieben war, habe ich an einigen Silberspiegeln, die von Hrn. Dessau in meinem Laboratorium zur optischen Untersuchung hergestellt wurden, eine weitere auffallende Beobachtung gemacht. Die durch Zerstäuben der Kathode erzeugten Silberschichten sind im durchfallenden Lichte entweder blau mit einem schwachen Stich ins Violette oder röthlichviolett, in dickeren Schichten bläulichviolett. Inwieweit die Stärke der elektrischen Entladungen und die durch sie bedingte Temperatur der Kathode oder das noch im Apparat vorhandene Gas die verschiedene Färbung bedingen, konnte bisher nicht ermittelt werden.

Die blau durchsichtigen Spiegel zeigten nun, als ich sie mit der dichroiskopischen Lupe untersuchte, einen sehr starken Dichroismus. An den dünnen Rändern ist das Bild der Lupe, dessen Polarisationsebene mit dem Radius der conischen Metallschicht zusammenfällt, ganz hellblau, das andere roth mit schwachem Stich ins Violette. An den dickeren, dem Centrum näheren Stellen geht dies Roth allmählich in ein dunkles Blauviolett über; das andere Bild bleibt stets erheblich heller.

Die röthlichviolett durchsichtigen Silberspiegel zeigen geringeren Dichroismus, bei einzelnen Spiegeln ist derselbe nur mit Mühe noch wahrzunehmen. Bei Platin, Palladium und Eisen konnte ich keinen Dichroismus beobachten.

Phys. Inst. der Univ. Strassburg, Nov. 1885.

III. Ueber die specifischen Wärmen, specifischen Gewichte und Hydratationswärmen der fetten Säuren und ihrer Mischungen mit Wasser; von Ch. Lüdeking.

(Hierzu Taf. I Fig. 1—5.)

Zu den Substanzen, welche in ihren entsprechenden physikalischen Eigenschaften Unregelmässigkeiten zeigen, gehören die unteren Glieder der Fettsäurerreihe, deren Dampfdichten z. B. in eigenthümlicher Weise anomal sind.

Es schien mir daher wünschenswerth, diese Körper etwas genauer zu untersuchen. Ich beabsichtigte vor allem zu bestimmen, ob nicht vielleicht gasogene Moleküle dieser Säuren $C_nH_{2n}O_2$ in den Flüssigkeiten zu complicirten liquidogenen Gruppen $(C_nH_{2n}O_2)_m$ vereint sind, die unter bestimmten Bedingungen in m Moleküle $C_nH_{2n}O_2$ zerfallen.

Ich bestimmte dazu die specifischen Gewichte, specifischen Wärmen und Hydratationswärmen der ersten vier Glieder der Fettsäurerreihe, und zwar sowohl für die Ameisensäuren als auch für deren Mischungen mit zunehmenden Mengen Wassers. Die mitgetheilten Resultate sind die Mittelwerthe aus wenigstens zwei Beobachtungen. Stimmen diese nicht sehr genau überein, so wurde die Zahl der Bestimmungen erhöht.

Die einzigen Untersuchungen in ähnlicher Richtung röhren, soweit mir bekannt, von Favre und von v. Reiss her. Die betreffenden Zahlenwerthe werde ich stets zur Vergleichung mit den von mir erhaltenen mittheilen; sie weichen von diesen nur um Grössen, die innerhalb der Fehlergrenzen liegen, ab.¹⁾

1) Ich erfuhr nachträglich, dass J. Thomsen in seinen „Thermochemischen Untersuchungen“ Versuche über die Hydratationswärmen der Fettsäuren veröffentlicht hat. Dem Gang nach stimmen seine Resultate ziemlich genau mit den meinigen überein, jedoch weichen seine absoluten Werthe oft nicht unbedeutend von den meinigen ab. Ich kann dies nur dadurch erklären, dass wir nicht unter gleichen Bedingungen experimentirt haben. Ich gedenke, in kurzem im Verein mit Hrn. Prof. E. Wiede-

Vor Anstellung der Messungen überzeugte ich mich von der Reinheit der angewandten Substanzen; dieselben waren von Kahlbaum bezogen. Sie wurden zunächst durch Rectification über Chlorcalcium entwässert und das Destillat noch einmal fractionirt. Siedepunkt, specifisches Gewicht und specifische Wärme derselben stimmten sehr genau mit den Zahlen überein, welche andere Forscher erhalten hatten, so dass dieselben als rein betrachtet werden konnten. Die Mischungen der Säuren mit Wasser wurden dadurch erhalten, dass man jeden Bestandtheil auf einer genauen Wage, die noch $\frac{1}{10}$ mg angab, abwog.

Die Dichten.

Diese werden mittelst eines Pyknometers mit durchbohrtem Glasstoppel, das 9,9812 g Wasser bei 25° C. fasste, in gewöhnlicher Weise ausgeführt. Man tauchte dabei das Pyknometer in ein Wasserbad von constanter Temperatur. Die Werthe für dieselbe Substanz stimmten im hohen Grade überein. Die grösste Differenz stieg bis zu einer Einheit in der dritten Decimale, und die mittlere betrug ungefähr sechs in der vierten Decimale. In jeder Tabelle ist die Temperatur angegeben, bei der die Bestimmungen ausgeführt wurden. Die Dichten sind auf die Dichten des Wassers von derselben Temperatur und nicht von 4° reducirt, da wir die ersten Zahlen zur Berechnung der Condensationen brauchen. Die Zahlen in den Tabellen bezeichnen unter n die Zahl der successive zu einem Molecul Säure zugesetzten Moleküle Wasser, die Zahlen unter n' die Gesammtzahl der zugesetzten Moleküle Wasser, Die Zahlen unter p geben den Prozentgehalt an Säure, der in den verschiedenen Mischungen enthalten ist. S bezeichnet die gefundene Dichte, S' gibt die Dichte der Mischungen, berechnet unter der Annahme, dass die Bestandtheile keine Wirkung aufeinander ausüben und mit ihrem ursprünglichen Volumen in die Mischung eintreten, also nach der Formel: $S' = (ws + w's')/(w + w')$.

mann besondere Versuche über Hydratationen bei verschiedenen Temperaturen zu veröffentlichen, um auch dadurch in die Grössen der Flüssigkeitsmoleküle einen tieferen Einblick zu erhalten.

Hierin bedeuten w und w' die Gewichte, s und s' die Dichten der Bestandtheile, S/S' lässt den Gang der Condensation erkennen. In Fig. 2 sind S/S' als Ordinaten aufgetragen, während die entsprechenden Moleküle n , als Abscissen dienen.

Ameisensäure.

Der Siedepunkt der benutzten Ameisensäure war $100,3^{\circ}$ (corrigirt) und der Schmelzpunkt 3° . Die Bestimmungen wurden bei 22° C. ausgeführt.

p	n	n'	S	S'	S/S'
100,0	0	0	1,2182	1,2182	1,0000
83,6	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	1,1902	1,1825	1,0063
71,9	$\frac{1}{8}$	1	1,1650	1,1569	1,0070
63,0	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1,1456	1,1375	1,0071
56,1	$\frac{1}{2}$	2	1,1306	1,1224	1,0073
48,0	1	3	1,1076	1,1004	1,0065
38,9	1	4	1,0915	1,0850	1,0060
33,8	1	5	1,0799	1,0738	1,0057
29,9	1	6	1,0708	1,0652	1,0053
24,2	2	8	1,0565	1,0528	1,0035
20,3	2	10	1,0482	1,0444	1,0036
14,5	5	15	1,0348	1,0317	1,0030
11,3	5	20	1,0271	1,0247	1,0024
9,2	5	25	1,0224	1,0202	1,0019
7,8	5	30	1,0191	1,0171	1,0019
6,0	10	40	1,0145	1,0131	1,0014
4,8	10	50	1,0120	1,0106	1,0014
4,0	10	60	1,0102	1,0089	1,0013
3,5	10	70	1,0088	1,0077	1,0013
3,1	10	80	1,0078	1,0067	1,0011
2,8	10	90	1,0072	1,0060	1,0012

Die Zahlen sowohl wie die Curve zeigen, dass die Condensation zuerst sehr schwach ansteigt und allmählich ein Maximum erreicht. Dies ist der Fall, wenn die Zusammensetzung der Mischung etwa der Formel $\text{CH}_2\text{O}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$ entspricht; von da an fällt sie zu Null allmählich ab, bis bei sehr verdünnten Lösungen keine Condensation mehr eintritt.

Essigsäure.

Die Bestimmungen wurden bei 220° ausgeführt. Der Siedepunkt der Essigsäure war 118,1° C. (corrigirt).

<i>P</i>	<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>S</i>	<i>S'</i>	<i>S/S'</i>
100,0	0	0	1,0465	1,0465	1,0000
86,9	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1,0650	1,0404	1,0236
76,9	$\frac{1}{2}$	1	1,0677	1,0269	1,0311
69,0	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1,0662	1,0321	1,0331
62,5	$\frac{1}{2}$	2	1,0636	1,0291	1,0338
52,6	1	3	1,0571	1,0245	1,0318
45,4	1	4	1,0516	1,0211	1,0298
40,0	1	5	1,0482	1,0186	1,0290
35,7	1	6	1,0425	1,0166	1,0278
29,4	2	8	1,0340	1,0137	1,0201
25,0	2	10	1,0292	1,0116	1,0173
18,2	5	15	1,0246	1,0085	1,0160
14,3	5	20	1,0193	1,0066	1,0126
10,0	10	30	1,0113	1,0046	1,0066
7,7	10	40	1,0083	1,0036	1,0047
6,2	10	50	1,0051	1,0029	1,0022

Im Folgenden sind die Resultate von v. Reiss niedergelegt, die mit den meinigen nahe übereinstimmen.

% Säure	<i>S</i>	<i>S/S'</i>	% Säure	<i>S</i>	<i>S/S'</i>
100	1,0471	1,0148	38	1,0452	1,0211
87,8	1,0647	1,0243	28,1	1,0323	1,0155
77,6	1,0677	1,0320	19,3	1,0245	1,0093
67	1,0655	1,0326	10,8	1,0166	1,0045
62	1,0634	1,0326	5,4	1,0059	1,0023
53	1,0577	1,0313	2,7	1,0020	—
47	1,0536	1,0259	0,0	0,9982	—

Das Maximum der Condensation tritt ein bei der Bildung des dritten Hydrates, bis zu diesem steigt die Curve allmählich, dann fällt sie zuerst schnell, dann langsam ab, um sich allmählich der Abscissenaxe zu nähern.

Propionsäure.

Die Bestimmungen wurden bei 25° C. ausgeführt. Der Siedepunkt der Propionsäure war $140,5^{\circ}$ (corrigirt).

<i>p</i>	<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>S</i>	<i>S'</i>	<i>S/S'</i>
100	0	0	0,9902	0,9902	1,0000
89,1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1,0077	0,9913	1,0166
80,4	$\frac{1}{2}$	1	1,0158	0,9921	1,0239
73,8	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1,0197	0,9928	1,0271
67,3	$\frac{1}{2}$	2	1,0212	0,9934	1,0280
57,8	1	3	1,0225	0,9943	1,0283
50,7	1	4	1,0250	0,9950	1,0301
45,1	1	5	1,0237	0,9955	1,0284
40,6	1	6	1,0284	0,9960	1,0275
33,9	2	8	1,0214	0,9966	1,0249
29,1	2	10	1,0195	0,9971	1,0225
21,5	5	15	1,0160	0,9978	1,0183
17,0	5	20	1,0143	0,9983	1,0161
14,1	5	25	1,0112	0,9986	1,0126
12,0	5	30	1,0095	0,9988	1,0107
10,5	5	35	1,0085	0,9990	1,0095
9,3	5	40	1,0075	0,9991	1,0084
8,3	5	45	1,0068	0,9992	1,0076
7,6	5	50	1,0069	0,9993	1,0076
6,4	10	60	1,0056	0,9994	1,0062
5,6	10	70	1,0048	0,9995	1,0053
4,8	10	80	1,0042	0,9995	1,0047
4,4	10	90	1,0038	0,9996	1,0042
3,9	10	100	1,0034	0,9996	1,0038
3,6	10	110	1,0033	0,9997	1,0036
3,3	10	120	1,0030	0,9997	1,0033

Bei der Propionsäure tritt das Maximum der Condensation bei dem fünften Hydrate ein; von da an fällt die Curve erst schnell und dann allmählich ab, um sich asymptotisch der Abscissenaxe zu nähern.

Buttersäure.

Die Bestimmungen wurden bei 25° ausgeführt. Der Siedepunkt der Buttersäure war $163,3^{\circ}$ C. (corrigirt).

<i>p</i>	<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>S</i>	<i>S'</i>	<i>S/S'</i>
100	0	0	0,9549	0,9549	1,0000
90,7	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0,9726	0,9591	1,0141
83,0	$\frac{1}{2}$	1	0,9809	0,9626	1,0190

<i>p</i>	<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>S</i>	<i>S'</i>	<i>S/S'</i>
76,5	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	0,9853	0,9655	1,0205
70,9	$\frac{1}{2}$	2	0,9886	0,9680	1,0213
62,0	1	3	0,9938	0,9720	1,0224
55,0	1	4	0,9965	0,9752	1,0218
49,4	1	5	0,9987	0,9777	1,0215
44,9	1	6	1,0000	0,9797	1,0207
37,9	2	8	1,0020	0,9829	1,0194
32,8	2	10	1,0031	0,9852	1,0182
24,6	5	15	1,0045	0,9889	1,0188
19,6	5	20	1,0047	0,9911	1,0187
16,3	5	25	1,0046	0,9926	1,0121
14,0	5	30	1,0045	0,9936	1,0110
12,2	5	35	1,0045	0,9944	1,0102
10,9	5	40	1,0039	0,9951	1,0089
9,8	5	45	1,0037	0,9955	1,0082
8,1	10	55	1,0035	0,9963	1,0073
7,0	10	65	1,0029	0,9968	1,0062
6,1	10	75	1,0026	0,9972	1,0054
5,4	10	85	1,0022	0,9975	1,0047
4,9	10	95	1,0020	0,9978	1,0042
4,4	10	105	1,0019	0,9980	1,0038
4,1	10	115	1,0017	0,9982	1,0035

Bei der Buttersäure findet das Maximum der Condensation bei dem vierten Hydrate statt, von da an nähert sich die Curve asymptotisch der Abscissenaxe. Die Dichte einer Mischung von Buttersäure und Wasser, welche die Zusammensetzung $C_4H_8O_2 + 6H_2O$ hat, ist 1,000. Mischungen, die weniger Wasser enthalten, haben Dichten kleiner als 1, solche mit mehr Wasser grösser als 1. Die Mischung, welche der Zusammensetzung $C_4H_8O_2 + 20H_2O$ entspricht, hat das höchste specifische Gewicht, nämlich 1,0047.

Vergleichung der Condensationskurven bei den verschiedenen Säuren.

Die Aehnlichkeit der Condensationscurven ist in die Augen fallend, alle erreichen Maxima, von denen an die Curven sich mehr oder weniger langsam der Abscissenaxe nähern. Alle vier Säuren zeigen bei dem Zusatz der ersten Wassermengen eine Zunahme in der Dichte. Dies ist schon

lange bekannt für die Essigsäure; für die anderen Säuren sind, soviel ich weiss, bisher noch keine Versuche angestellt worden. Die Lagen dieser Maxima ändern sich indess wahrscheinlich mit der Temperatur.— Ich habe noch die molekularen Condensationen berechnet. Die Columnen unter n bezeichneten die Anzahl von Wassermolekülen, welche zu einem Molekül der einzelnen Säuren zugesetzt wurden. Bei jeder Säure sind zwei Zahlenreihen angeführt, die erste unter s_m gibt die molekulare Condensation der Säuren unter der Annahme, dass das Wassers keine Condensation erfährt, während die zweite unter A die Condensation eines Wassermoleküles bedeutet, d. h. die gesamte Condensation dividirt durch die Zahl der zugesetzten Wassermoleküle, unter der Annahme, dass die Säure keine Condensation erfährt.

n	Ameisensäure		Essigsäure		Propionsäure		Buttersäure	
	s_m	A	s_m	A	s_m	A	s_m	A
$\frac{1}{2}$	0,55	1,1	1,53	3,06	1,40	2,8	1,40	2,8
1	0,80	0,80	2,28	2,28	2,10	2,1	2,0	2,0
2	1,26	0,63	3,07	1,53	3,00	1,5	2,7	1,35
3	1,46	0,48	3,49	1,16	3,50	1,17	3,2	1,1
5	1,80	0,80	4,16	0,83	4,50	0,90	3,9	0,78
10	2,10	0,21	4,13	0,41	5,60	0,56	4,9	0,49

Man sieht aus der Tabelle, dass die molekulare Condensation der Säuren mit zunehmenden Mengen erst schnell und dann langsam wächst, während die molekulare Condensation des Wassers abnimmt. Für Essigsäure, Propionsäure und Buttersäure sind die Condensationen nahezu gleich und grösser, als für Ameisensäure.

Die specifischen Wärmen.

Zur Bestimmung der specifischen Wärmen benutzte ich Kopp's Methode mit den von Bettendorf und Wüllner angegebenen Modificationen. Mein Calorimeter war cylindrisch, aus dem dünnsten Messing gefertigt, es fasste etwa 30 g Wasser. Es stand auf drei spitzen Metallnadeln im Inneren eines Wassermantels, um den störenden Einfluss

der Strahlung und Leitung zu eliminiren. Sein Wasserwerth betrug mit dem aller Nebenapparate 0,8 g. Der Wasserwerth der Glasröhre, welche die zu untersuchenden Flüssigkeiten enthielt, betrug 0,2124. Die mittlere Quantität Substanz, die zur Bestimmung benutzt wurde, war 5,6 g. Die Glasröhre wurde in ein Quecksilberbad eingetaucht, welches sich wiederum in einem Wasserbad befand. Auf diese Weise konnte man die Temperatur sehr constant erhalten, sodass die Schwankungen derselben in dem Quecksilberbad höchstens $\frac{1}{20}^{\circ}$ während einer Stunde betragen. Die Temperatur des Quecksilberbades war immer etwa 50° , und die Glasröhre wurde ungefähr 15 Minuten in dasselbe eingetaucht. Die Temperatur des Quecksilberbades sowohl wie die des Calorimeters konnte bis auf $0,01^{\circ}\text{C}$. mit Sicherheit bestimmt werden. Die Correction für den Einfluss der Strahlung $\Sigma \Delta T$ wurde nach Regnault's Methode ausgeführt. Um sie möglichst klein zu machen, wurde die Idee von Rumford benutzt; die Temperatur des Calorimeters wurde so gewählt, dass sie am Ende eines Versuchs ebenso weit über der Temperatur des Mantels, wie vorher unter derselben stand. Die Temperaturen des Calorimeters wurden von 20 zu 20 Secunden aufgeschrieben. Das Folgende gibt eine Schätzung des grössten Fehlers, der möglicher Weise bei diesen Bestimmungen auftreten konnte.

Specifiche Wärme der Substanz	0,5229		
Fehler in der Calorimeterablesung $0,01^{\circ}$	sp. W. 0,5208	Diff. = 0,0021	
" " " $\Sigma \Delta T$	$0,005^{\circ}$	" "	0,5219 " = 0,0010
" " " Ablesung d. Queck-			
silberbades $0,1^{\circ}$	" "	0,5248	" = 0,0019
" " " d. Wasserwerthd. Cal. $0,1^{\circ}$	" "	0,5210	" = 0,0019
Totalfehler = 0,0069		Diff. = 1,1%	

Im Folgenden theile ich meine Resultate mit. Columnne n gibt die Zahlen der Wassermoleküle, die nach und nach zu einem Molekül Säure zugesetzt wurden, n' bezeichnet die Gesammtzahl der Moleküle des zugesetzten Wassers. P bedeutet den Prozentgehalt an Säure in den verschiedenen Mischungen. c bezeichnet die beobachtete specifische Wärme,

c' die mittlere specifische Wärme der Bestandtheile, e/c' gibt ein Maass für die Abweichung zwischen dem berechneten Mittelwerthe und dem experimentell gefundenen Werthe an. Um die Vergleichung zu erleichtern, habe ich in Fig. 3 eine Curve für jede Säure gegeben, in der c/c' die Ordinaten, n' die Abscissen sind.

Die zu diesen Bestimmungen benutzten Säuren waren dieselben, die zu den Dichtebestimmungen gedient hatten.

Ameisensäure.

Specifische Wärme zwischen 50 und 16°.

n	n'	P	e	e'	e/e'
0	0	100	0,5360	0,5360	1,000
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	88,6	0,6689	0,6120	1,093
$\frac{1}{2}$	1	71,9	0,6962	0,6665	1,044
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	63,0	0,7027	0,7076	0,9931
$\frac{1}{2}$	2	56,1	0,7207	0,7397	0,9743
1	3	46,0	0,7835	0,7866	0,9960
1	4	38,9	0,8078	0,8191	0,9862
1	5	33,8	0,8272	0,8430	0,9812
1	6	29,9	0,8464	0,8613	0,9827
2	8	24,2	0,8735	0,8877	0,9840
2	10	20,8	0,8907	0,9056	0,9836
5	15	14,5	0,9170	0,9324	0,9835
5	20	11,3	0,9322	0,9476	0,9838
10	30	7,8	0,9479	0,9636	0,9837
10	40	6,0	0,9600	0,9727	0,9869
10	50	4,8	0,9686	0,9774	0,9910

Die Zahlen und die Curve zeigen, dass die Werthe c/c' erst schnell bis zu einem Maximum anwachsen, welches $\text{CH}_2\text{O}_2 + \frac{1}{2}\text{H}_2\text{O}$ entspricht. Dann nehmen diese Werthe sehr schnell bis zu den dem dritten Hydrate entsprechenden ab, worauf sie wieder ansteigen, um ein zweites kleineres Maximum beim vierten Hydrate zu erreichen. Bei dem sechsten Hydrate findet sich ein zweites kleines Maximum, und von da an nähert sich die Curve asymptotisch der Einheit.

c/c' e
steige
drate
zu ei
drate
Ann.

Essigsäure.

Specifische Wärme zwischen 50 und 20°.

<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>P</i>	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c/c'</i>
0	0	100	0,5118	0,5118	1,0000
1/2	1/2	86,9	0,5681	0,5755	0,9871
1/2	1	76,9	0,6414	0,6245	1,027
1/2	1 1/2	69	0,6785	0,6633	1,023
1/2	2	62,5	0,7136	0,6949	1,027
1	3	52,6	0,7736	0,7431	1,041
1	4	45,4	0,8061	0,7781	1,036
1	5	40	0,8303	0,8047	1,032
1	6	35,7	0,8536	0,8256	1,034
2	8	29,4	0,8812	0,8564	1,029
2	10	25,0	0,9016	0,8789	1,027
5	15	18,2	0,9331	0,9112	1,024
5	20	14,3	0,9517	0,9303	1,023
10	30	10,0	0,9682	0,9511	1,018
10	40	7,7	0,9730	0,9624	1,011
10	50	6,2	0,9841	0,9695	1,015

Die folgenden Zahlen geben die Resultate von A. v. Reiss.

% Säure	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c/c'</i>
93,2	0,5395	0,5455	0,989
87,8	0,5639	0,5721	0,989
77,6	0,6440	0,6226	1,034
70,3	0,6784	0,6586	1,031
62,0	0,7217	0,6996	1,032
56,0	0,7588	0,7292	1,040
47,0	0,7929	0,7737	1,024
38,0	0,8349	0,8182	1,021
28,1	0,8854	0,8661	1,022
19,3	0,9308	0,9106	1,022
10,8	0,9692	0,9527	1,017
5,4	0,9906	0,9793	1,011
2,7	0,9998	0,9926	1,007

Die Zahlen und die Curve zeigen, dass die Werthe von c/c' ein Maximum erreichen für $C_2H_4O_2 + \frac{1}{2}H_2O$. Dann steigen sie schnell zu einem Maximum bei dem zweiten Hydrate an, durch ein kleines Minimum steigt dann die Curve zu einem grösseren zweiten Maximum bei dem vierten Hydrate; bei dem sechsten Hydrate scheint ein weiteres kleines

Minimum sich zu finden. Hierauf nähern sich die Werthe c/c' mehr und mehr der Einheit.

Propionsäure.

Specifische Wärme zwischen 50 und 22°.

<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>P</i>	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c/c'</i>
0	0	100	0,5227	0,5227	1,000
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	89,1	0,5924	0,5765	1,038
$\frac{1}{2}$	1	80,4	0,6732	0,6179	1,089
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	73,3	0,6954	0,6520	1,066
$\frac{1}{2}$	2	67,3	0,7229	0,6805	1,062
1	3	57,8	0,7789	0,7254	1,074
1	4	50,7	0,8204	0,7592	1,081
1	5	45,1	0,8477	0,7857	1,080
1	6	40,6	0,8672	0,8069	1,075
2	8	33,9	0,8971	0,8388	1,070
2	10	29,1	0,9260	0,8616	1,074
5	15	21,5	0,9577	0,8978	1,067
5	20	17,0	0,9621	0,9190	1,047
10	30	12,0	0,9767	0,9427	1,036
10	40	9,3	0,9829	0,9557	1,028
10	50	7,6	0,9840	0,9639	1,021

Die Zahlen und die Curve für Propionsäure zeigen, dass die Werthe c/c' schnell ein Maximum bei dem zweiten Hydrate verlangen und dann zu einem Minimum bei dem vierten Hydrate herabsinken. Ein zweites Maximum folgt dann bei dem sechsten Hydrate. Bei dem zehnten Hydrate scheint ein zweites Minimum sich zu zeigen, dann nähert sich c/c' allmählich der Einheit.

Buttersäure.

Specifische Wärme zwischen 50 und 23°.

<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>P</i>	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c/c'</i>
0	0	100	0,5032	0,5032	1,000
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	90,7	0,5785	0,5493	1,053
$\frac{1}{2}$	1	83,0	0,6340	0,5876	1,079
$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	76,5	0,6675	0,6198	1,077
$\frac{1}{2}$	2	70,9	0,6832	0,6475	1,055

<i>n</i>	<i>n'</i>	<i>P</i>	<i>c</i>	<i>c'</i>	<i>c/c'</i>
1	3	62,0	0,7309	0,6921	1,056
1	4	55,0	0,7662	0,7268	1,054
1	5	49,4	0,7936	0,7544	1,052
1	6	44,9	0,8142	0,7769	1,048
2	8	37,9	0,8465	0,8116	1,043
2	10	32,8	0,8704	0,8369	1,040
5	15	24,6	0,9095	0,8779	1,036
5	20	19,6	0,9367	0,9024	1,038
10	30	14,0	0,9564	0,9304	1,028
10	40	10,9	0,9705	0,9459	1,026
10	50	9,5	0,9956	0,9554	1,026

Für Buttersäure erreichen die Werthe von c/c' ihr erstes Maximum beim zweiten Hydrate, ein kleines Minimum bildet sich beim dritten Hydrate. Hierauf nähert sich der Werth allmählich der Einheit.

Vergleichung der Werthe c/c' für die vier Säuren.

Ameisensäure scheint sich für den ersten Anblick in ihrem Verhalten sehr von den anderen Säuren zu unterscheiden. Bei einer genaueren Betrachtung zeigt sich aber, dass dies nicht der Fall ist. Die Zunahme der specifischen Wärme bei Zusatz des ersten halben Moleküles Wasser zu Ameisensäure ist weit grösser, als bei irgend einer der anderen Säuren, gleichwie die Zunahme in der Dichte. Bei der Essigsäure sind die Verhältnisse nur bei den ersten zugesetzten Wassermolekülen andere. Bei ihr liegt das erste Maximum beim zweiten Hydrate, während es bei der Ameisensäure beim $1\frac{1}{2}$ ten Hydrate liegt. Beim $2\frac{1}{2}$ ten Hydrate findet sich bei der Essigsäure das erste Minimum, dem beim vierten Hydrate ein Maximum folgt und ein zweites Minimum beim sechsten Hydrate. Hierin stimmt sie vollkommen mit der Ameisensäure überein. Propionsäure und Buttersäure haben ihre ersten Maxima beim zweiten Hydrate, gerade wie die Essigsäure, ihr erstes Minimum findet sich dagegen bei ihrem dritten Hydrate. Diesem folgen wieder Maxima bei den fünften Hydraten. Propionsäure scheint ein weiteres Maximum beim fünften Hydrate

zu erreichen. Je kleiner das Moleculargewicht ist, bei um so geringeren Wasserzusätzen zeigen sich die grössten Abweichungen zwischen den beobachteten und berechneten Werthen. Ich habe noch die Molecularwärmes von verschiedenen Mischungen jeder Säure mit Wasser berechnet und von diesen Werthen die Molecularwärme des Wassers in ihnen abgezogen. Die Zahlen sind in der folgenden Tabelle enthalten. n bezeichnet die Anzahl Moleküle Wasser in den Mischungen, m gibt die Molecularwärme des Wassers in den Mischungen. Für jede Säure gibt s_m die gefundene Moleculwärme, während Δ die Differenz zwischen dieser und der Moleculwärme des Wassers in der Mischung enthält.

w	m mol. Wärme d. Wassers	Ameisensäure		Essigsäure		Propionsäure		Buttersäure	
		s_m	Δ	s_m	Δ	s_m	Δ	s_m	Δ
1/2	9	36,75	27,75	39,19	30,19	48,97	39,97	56,11	47,11
1	18	44,55	26,55	50,02	32,02	61,64	43,64	67,20	49,20
2	36	59,09	23,09	68,4	32,4	79,52	43,52	84,71	48,71
3	54	78,85	24,35	87,7	38,7	99,70	45,70	103,78	49,78
5	90	112,49	22,49	124,5	34,5	138,90	48,90	141,26	51,26
10	180	201,29	21,29	216,0	36,0	233,60	53,60	263,10	83,10

Mit zunehmendem Moleculargewicht wachsen die Differenzen. Sie sind am kleinsten für die Ameisensäure, am grössten für die Buttersäure. Während bei Essigsäure, Propionsäure und Buttersäure diese Werthe mit zunehmendem Wassergehalte wachsen, ist das Umgekehrte bei der Ameisensäure der Fall. Die Ameisensäure verhält sich ebenso wie Salzsäure in diesem Falle, während die drei anderen Säuren der Weinsäure gleichen.

Bei Propionsäure und Buttersäure scheint das Δ beim dritten Hydrat etwas geringer als beim zweiten zu sein.

Note.

Meine ersten Versuche in Leipzig wurden nach einer sehr bequemen und genauen Methode angestellt, die von meinem verehrten Lehrer Hrn. Prof. G. Wiedemann angegeben ist. Da dieselbe bisher noch nicht veröffentlicht wurde, so erlaube ich mir, dieselbe unter Zustimmung von Hrn.

Prof. G. Wiedemann mitzutheilen. Die Methode beruht auf folgendem Princip: Eine bekannte Menge reinen Quecksilbers wird auf eine bekannte Temperatur in einem Dampfbade erhitzt; man lässt sie dann in eine bekannte Menge der Flüssigkeit fliessen, deren specifische Wärme man bestimmen will, und deren Anfangs- und Endtemperatur man beobachtet. Kennt man die specifische Wärme des Quecksilbers, so hat man alle Data für die Bestimmung dieser Wärme. Im folgenden theile ich die Details des Apparates mit. Mittelst des in einem Kessel (s. Fig. 1) erhitzten Dampfes, der durch x einströmt und durch y austritt, wird das Gefäß aus Guss-eisen A , welches das Quecksilber enthält, und das ganz von einem Messingmantel B umgeben ist, bis zu einer sehr constanten, nahezu 100° betragenden Temperatur erhitzt. Der Messing-mantel besteht aus einem Theile L , welcher zuerst vom Dampfe durchströmt wird und den Kanäle durchsetzen, in welche ein Thermometer und ein Rührer in das Quecksilber gesteckt sind. Aus L tritt der Dampf in den Mantel B durch die Röhre a . Das gusseiserne Gefäß fasst 2—3 kg reinen Quecksilbers, welches man durch den Hahn S austreten lassen kann. Unter S befindet sich eine von vielen engen Oeffnungen durchbohrte Metallplatte, durch die das Queck-silber in das Calorimeter in feinen Strahlen fliessst; es verliert fast momentan in demselben seine Wärme und röhrt zugleich die Flüssigkeit um. Einen Wärmeverlust des Quecksilbers während seines Falles verhindern fast vollständig die Wände bei m und n , die einen Theil des Messingmantels ausmachen. Um das Calorimeter vor der Strahlung des Messingmantels zu schützen, ist ein Doppelschirm D mit runder Oeffnung eingeschaltet, durch den Wasser von der Temperatur des Zimmers fliessst. Ein kleiner Schirm, gerade unterhalb der Oeffnung wird automatisch zur Seite geschoben, wenn man den Hahn dreht. Ein verticaler Schirm E schützt das Ca-lorimeter vor und nach dem Versuche gegen die Strahlen des Erhitzungsapparates.

Beim Beobachten wird folgendermassen verfahren. Zunächst wird das Quecksilber auf constante Temperatur erhitzt. Hierzu ist nur eine kurze Zeit erforderlich. In dem Calori-

meter wird die zu untersuchende Substanz abgewogen, und dasselbe dann auf Korkstützen innerhalb des Mantels *m* aufgestellt, der Mantel ruht wieder auf dem Schlitten *F*. Zu den Temperaturmessungen dient entweder ein rechtwinklig umgebogenes Thermometer oder eins, das man durch einen Tubulus in die Seitenwand des Calorimeters eingesetzt. Hat das Quecksilber eine constante Temperatur erreicht, so schiebt man den Schlitten mit dem Calorimeter, dessen Temperatur genau abgelesen worden ist, schnell unter den Erwärmungsapparat, öffnet den Hahn, lässt eine gewisse Menge Quecksilber einfliessen, schliesst den Hahn, zieht das Calorimeter zurück, röhrt 1—2 Secunden um und liest von neuem die Temperatur ab. Die ganze Operation dauert höchstens 10 Secunden, dann wägt man das Calorimeter von neuem und bestimmt so die Menge des eingeflossenen Quecksilbers. Offenbar hat man jetzt alle Daten zur Berechnung der specifischen Wärme der Substanz. Ein Vorzug dieser Methode, die sich hauptsächlich für Flüssigkeiten eignet, ist die Schnelligkeit ihrer Ausführung; sie ist weit weniger zeitraubend, als irgend eine andere. Eine einzelne Bestimmung erfordert höchstens zehn Minuten. Auch sind keine Correctionen für Strahlungen anzubringen, da das Quecksilber seine Wärme fast momentan verliert; es ist dies einmal durch sein grosses Leitungsvermögen und dann die feine Vertheilung bedingt, mit welcher es in das Calorimeter eintritt. Die mit dieser Methode erzielte Genauigkeit ist, wenn überhaupt, jedenfalls nur ganz wenig geringer als die bei der Kopp'schen Methode in der durch Wüllner und Bettendorf gegebenen Form. Man braucht zu den Versuchen etwa 10—15 g Substanz. Da die untersuchten Substanzen nur geringe Temperaturänderungen erfahren, so erhält man die wahre specifische Wärme innerhalb eines sehr engen Temperaturbereiches, was von grosser Wichtigkeit ist. Das Eisengefäß fasst hinlänglich viel Quecksilber für viele Bestimmungen, sodass eine grössere Anzahl von erreichbaren Messungen in schneller Folge ausgeführt werden können.¹⁾

1) Der Apparat kann aus der mechanischen Werkstatt von Stöhrer bezogen werden.

Ich führe die folgenden experimentell erhaltenen Werthe als Beleg für die bei einer Reihe von Messungen erhaltene Genauigkeit der Wiedemann'schen Methode an. Die Bestimmungen wurden bei 17—20° ausgeführt.

Essigsäure	gefundene spec. Wärme	0,5131	0,5109	0,5130
Essigs. + $\frac{1}{2}$ Aeq H ₂ O	" "	0,5633	0,5680	0,5624
" + 1 "	" "	0,6320	0,6366	0,6318
" + 1 $\frac{1}{2}$ "	" "	0,6703	0,6774	0,6742
" + 2 "	" "	0,7046	0,7163	0,7035
" + 5 "	" "	0,8340	0,8325	0,8301
" + 8 "	" "	0,8832	0,8834	0,8879
" + 10 "	" "	0,9136	0,9214	0,9244
" + 15 "	" "	0,9432	0,9475	0,9465

Die Zahlen stimmen mit den früher erhaltenen bis auf weniger als ein Prozent überein.

Hydratationswärme.

Die Messungen der Hydratationswärme wurden angestellt, indem man Wasser und Säure von gleicher Temperatur in Calorimetern von vergoldetem Messing und Platin und von Capacitäten von 30 bis 210 ccm mischte. Die Temperaturen wurden an Thermometern bis auf 0,01° C. genau abgelesen. In den Fällen, wo die Erwärmungen nur sehr klein waren, konnte der daher rührende Fehler einen beträchtlichen Procentgehalt des Gesammtwerthes annehmen. Die gefundenen Werthe stehen in Tab. I und II. Alle Bestimmungen wurden bei 18° C. ausgeführt. In der Tab. I bezeichnet *n* die successive zu einem Molecül Säure hinzugefügten Moleküle Wasser. Die Zahl der dabei entwickelten Calorien ist für jede Säure angegeben. Bei der Essigsäure sind auch die Resultate Favre's mit aufgeführt. Man sieht, dass die Uebereinstimmung eine recht befriedigende ist. Die erhaltenen Zahlen sind in Fig. 4 wiedergegeben. Die Ordinaten bezeichnen die entwickelten Calorien, während die Zahl der hinzugefügten Wassermoleküle die Abscissen darstellen.

Für Valeriansäure fand ich für die negative Wärme wirkung, welche bei ihrer Vereinigung mit einem halben Molecül Wasser auftritt, 339 Calorien. Der Gang der Curven, die in der oben angegebenen Weise construirt wurden, lässt die thermischen Effecte erkennen, wie sie bei fortge-

Tabelle I.

Aeq. Wass. n	Ameisen- säure	Essig- säure	Favre's Resultate	Propion- säure	Butter- säure
$\frac{1}{9}$	+ 95,4	- 112,4	- 105,3	- 304,3	- 336
$\frac{1}{2}$	+ 41,3	- 30,4	- 29,5	- 93,2	- 97,3
$\frac{1}{2}$	+ 5,1	- 17,0	- 16,6	- 29,8	- 51,9
$\frac{1}{2}$	+ 6,9	- 8,5	- 8,2	- 16,8	- 30,6
1	- 27,7	- 4,2	- 3,5	+ 1,0	- 2,2
1	- 21,3	+ 3,4	+ 3,5	+ 24,8	+ 2,6
1	- 16,3	+ 6,7	+ 5,9	+ 34,7	+ 3,6
1	- 14,8	+ 11,6	+ 11,2	+ 26,0	+ 8,4
2	- 15,6	+ 22,8	+ 23,4	+ 85,2	+ 40,7
2	- 15,8	+ 28,3	+ 27,4	+ 73,3	+ 35,2
5	- 14,9	+ 54,0	+ 54,7	+ 148,6	+ 66,8
5	- 11,6	+ 51,8	-	+ 106,4	+ 64,2
10	+ 84,5	+ 85,4	-	+ 151,9	+ 182,6
10	+ 74,6	+ 39,7	-	+ 94,9	+ 159,0
10	+ 61,8	+ 21,4	-	+ 29,0	+ 99,4

setzter Verdünnung auftreten. Nur Ameisensäure gibt eine positive Wärmewirkung bei der Bildung ihrer ersten Hydrate. Mit abnehmendem Molekulargewicht nehmen die negativen Wärmeefekte bei der Bildung der ersten Hydrate der anderen drei Säuren ab, sodass bei der Buttersäure der negative Wärmeffect, der von ihrer Vereinigung mit $\frac{1}{2}$ Molecul Wasser herrührt, grösser ist, als bei Propionsäure, und bei dieser letzteren grösser ist, als bei Essigsäure. Ganz dem entsprechend zeigt die Valeriansäure einen noch viel grösseren Wärmeeffect als die Buttersäure. Das Verhalten der Ameisensäure, die bei der Verbindung mit dem ersten halben Molecul Wasser einen positiven Wärmeeffect liefert, schliesst sich dem der anderen Säuren an, denn sie müsste nach dem Verhalten jener entweder einen sehr kleinen negativen oder einen positiven Wärmeffect liefern. Zu beachten ist, dass die Differenz in den Hydratationswärmen für das erste halbe Molecul Wasser bei Ameisen- und Essigsäure nahezu gleich ist der Differenz zwischen den Hydratationswärmen bei Essigsäure und Propionsäure, nämlich 200 Calorien. Die Curven zeigen bei allen vier Säuren vollkommene Analogie, sobald die Verdünnung einmal einen gewissen Grad erreicht hat.

Die Tab. II enthält die gesammten Wärmeeffecte, welche bei der Verbindung von einem Molecul Säure mit n' Molekülen Wasser eintreten. Sie sind aus der früheren Tabelle abgeleitet. Fig. 5 gibt die Curven, in welchen diese Wärmemengen die Ordinaten, die n' dagegen die Abscissen sind.

Tabelle II.

n'	Ameisen-säure	Essig-säure	Resultate v. Thomsen f. Essigs.	Propion-säure	Butter-säure
1/2	+ 95,4	-112,4	-130	-304,3	-336,0
1	+ 136,7	-142,8	-152	-397,5	-433,3
1 1/2	+ 141,8	-159,8	-165	-427,5	-485,2
2	+ 134,9	-168,3	-156	-441,1	-518,8
3	+ 107,2	-172,5	-111	-443,1	-518,0
4	+ 85,9	-169,1	- 2	-418,3	-515,4
5	+ 69,6	-162,4	—	-383,6	-511,8
6	+ 54,8	-150,8	—	-357,6	-503,4
8	+ 39,2	-128,0	—	-272,4	-462,7
10	+ 23,4	- 97,7	—	-199,1	-427,5
15	+ 8,5	- 45,7	—	- 50,5	-360,7
20	- 3,1	+ 6,1	+173	+ 55,9	-296,5
30	+ 81,4	+ 91,5	—	+207,8	-113,9
40	+ 156,0	+131,2	—	+302,7	+ 45,1
50	+ 217,8	+152,6	+278	+331,7	+144,5

Zu beachten ist, dass die Ameisensäure nur dann einen negativen Wärmeffect gibt, wenn sie sich mit 20 Molekülen Wasser vereint; von denen der eine Theil eine Wärmebindung, der andere eine Wärmeentwicklung nach sich zieht. Offenbar muss die Hydratation aus verschiedenen Vorgängen bestehen. Die drei anderen Säuren sind einander ganz ähnlich. Die thermischen Wirkungen sind in jedem Falle erst negativ, dann positiv, wie dies ein Blick auf Fig. 3 zeigt. Ameisensäure erreicht zunächst ein positives Maximum bei dem dritten Molecul Wasser, Essigsäure, Propionsäure, Butter-säure ein negatives Maximum bei dem vierten Hydrate. Alle vier Curven schneiden unter einem mehr oder weniger spitzen Winkel die Abscissenaxe, die keiner Wärmeentwickelung entspricht, und erheben sich dann zu Punkten, die positiver Wärmeentwickelung entsprechen. Je höher das Molecular-

gewicht, um so tiefer steigt die Curve in dem Bereich der negativen Wärmeentwickelung.

Allgemeine Schlüsse.

Im allgemeinen zeigt sich, dass die specifischen Gewichte, specifischen Wärmen und Hydratationswärmen, wenn man sie für die vier untersuchten Säuren vergleicht, in nahem Zusammenhang stehen. Eine Zunahme im Moleculargewicht macht sich stets in bestimmter Weise bei die obigen Eigenschaften geltend. Bei der Untersuchung der niederen Hydrate freilich treten wesentliche Differenzen auf. Aus denselben lässt sich mit grosser Wahrscheinlichkeit schliessen, dass die Säuren im flüssigen Zustande aus m Molekülen ($C_nH_{2n}O_2$) bestehen, und weiter, dass dieses m einen verschiedenen Werth für die verschiedenen Säuren hat. Die negative Wärmeentwickelung bei der Bildung der Essigsäure, Propion- und Buttersäurehydrate röhrt von der Dissociation dieser complicirten Moleküle her. Die Verdünnung einer Substanz erhöht bekanntlich im Gaszustand den Grad der Dissociation, und ebenso ist es wahrscheinlich auch bei unseren flüssigen Säuren der Fall. Ihre complicirten Moleküle, welche die Unterschiede in den niederen Hydraten bedingen, sind bei grösseren Verdünnungen dissociirt, und dann zeigt sich relative Uebereinstimmung.

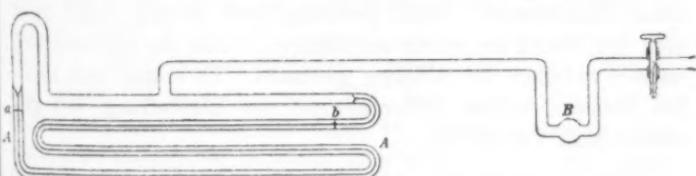
Dass Buttersäure den grössten negativen Wärmeffect zeigt, dürfte daher röhren, dass dieselbe am nächsten dem festen Zustande sich befindet, und dass weiter ihre Verwandtschaft zu Wasser kleiner ist, als bei den anderen Säuren. Sie nähert sich in ihrem Verhalten schon den wirklich fetten Säuren. Auch die Abweichungen bei der Ameisensäure lassen sich erklären. Bei ihr ist die Verwandtschaft zu Wasser am grössten, und der Werth von m am kleinsten. Danach sind alle Bedingungen für eine grosse Wärmeentwickelung bei der Bildung der ersten Hydrate gegeben.

Ich gestatte mir hier noch, den Hrn. Proff. G. und E. Wiedemann meinen besten Dank auszusprechen, auf deren Veranlassung ich diese Untersuchung unternommen habe, und die mich bei der Weiterführung derselben unterstützt haben.

IV. Ueber die Dicke der adsorbirten Luftsicht auf Glasflächen; von Otto Schumann.

Meine im Jahre 1884 veröffentlichte Arbeit „Ueber die Reibungsconstante von Gasen und Dämpfen und ihre Abhängigkeit von der Temperatur“¹⁾ veranlasste mich, messende Versuche über die Dicke der in Capillarröhren adsorbirten Luftsicht anzustellen. Ich hatte in obiger Arbeit p. 380 versucht, die Abweichungen, welche die Transpirationsmethode und die Schwingungsmethode in der Grösse des durch sie erhaltenen Reibungscoefficienten ergeben, dadurch zu erklären, dass ich mit H. Kayser²⁾ annahm, die Dicke der adsorbirten Luftsicht überschreite bei weitem die Molekulardimensionen, sie könnte sogar grösser als 0,002—0,003 mm werden. Dieser Ansicht widersprachen aber die Anschauungen Quincke's, sowie diejenigen Bunsen's. Es war deshalb zur besseren Begründung meines Erklärungsversuches nothwendig, messende Versuche über die Dicke der adsorbirten Schicht anzustellen. Dieselben haben nun aber ergeben, dass die Dicke der Schicht bei weitem kleiner ist, als obige Zahlen angeben, sodass mein Erklärungsversuch hierdurch zweifelhaft geworden ist, was übrigens die Resultate meiner oben citirten Arbeit nicht im mindesten berührt.

Ich benutzte zu meinen Versuchen eine Capillare. Dieselbe war, wie die Figur zeigt, mehrfach gebogen und an



ihren beiden Enden in dasselbe Glasrohr eingeschmolzen. In der Nähe der Enden der Capillare waren mit einem Diamant zwei

1) O. Schumann, Wied. Ann. **23.** p. 353. 1884.

2) H. Kayser, Wied. Ann. **14.** p. 465. 1881.

Marken *a* und *b* angebracht, zwischen welche ein Quecksilberfaden von genau bestimmtem Gewicht gebracht werden konnte. Um das Quecksilber bequem einzufüllen zu können, war die Röhre von einer Seite, wie die linke Seite der Figur zeigt, aufgebogen. Das Rohr, in welches die beiden Enden der Capillare eingeschmolzen waren, trug einen *T*-förmigen Ansatz, welcher vermittelst horizontaler Biegung in ein abwärts gebogenes, kleines Kugelgefäß *B* und von dort durch einen Schwanzhahn zu einem Schliff führte. Dieser Schliff war dann mit der Töpler'schen Quecksilberluftpumpe verbunden. Nach Fertigstellung des Apparates wurde derselbe zur Reinigung 24 Stunden mit reiner concentrirter Schwefelsäure behandelt und alsdann mehrmals mit destillirtem Wasser und reinem absoluten Alkohol ausgewaschen. Der Apparat wurde darauf durch häufiges Auspumpen und Hineinlassen getrockneter Luft unter Erhitzung mit dem Bunsen'schen Brenner getrocknet. Die Erhitzung wurde soweit getrieben, dass man das Rohr, ohne sich zu verbrennen, nicht mehr berühren konnte.

In den auf diese Weise gereinigten und getrockneten Apparat wurde eine genau abgewogene Quecksilbermenge gebracht, das eine Ende derselben auf die Marke *a* eingestellt und die Entfernung des anderen Endes von der Marke *b* durch einen angelegten Maassstab bestimmt. Darauf wurde das Quecksilber in die Kugel *B* gebracht und der Apparat ausgepumpt auf 0,02 mm (bestimmt mit dem Mac Leod'schen Manometer). Nach zweistündigem Stehen, ohne dass sich der Druck im geringsten änderte, wurde das Quecksilber wieder zwischen die Marken gebracht. Es ergab sich hierbei keine ablesbare Differenz mit der Einstellung bei gewöhnlichem Luftdruck.

Das Gewicht des eingelassenen Quecksilbers betrug 4,400 g. Ist $\rho = 13,55$ die Dichte des Quecksilbers bei 18° C., so ist sein Volum $4,400/\rho$ ccm, also der mittlere Radius der Capillare:

$$r = \sqrt{\frac{4,400}{\pi \rho l}},$$

wo l die Länge des Quecksilberfadens bedeutet. Träte nach dem Auspumpen eine Veränderung in der Länge gleich λ ein, so würde das losgelöste Volumen sein:

$$r^2 \pi \lambda = 2r \pi l \cdot \delta,$$

wo δ die Dicke der losgelösten Schicht bezeichnet, also:

$$\delta = \frac{r \lambda}{2l} = \frac{\lambda}{2l} \sqrt{\frac{4,400}{\pi \rho l}} = c \cdot \lambda.$$

Für die obige Röhre war $c = 0,0001338$. Nehme ich jetzt an, dass der grösste Ablesungsfehler 0,5 mm beträgt, so wird:

$$\delta = 0,05 \cdot 0,0001338 = 0,00000669 \text{ cm.}$$

Der Versuch wurde jetzt wiederholt und das Rohr ausgpumpt auf 0,01 mm und 36 Stunden stehen gelassen. Auch jetzt ergab sich keine Aenderung in der Länge des Fadens. Zur Controle wurde nach jedem Versuch getrocknete Luft hineingelassen. Die Länge des Fadens blieb unverändert. Es folgt also aus diesen Beobachtungen, dass die Dicke der durch einfache Druckverminderung losgelösten Schicht außerordentlich klein ist, jedenfalls ganz bedeutend kleiner, als dies Kayser annimmt.

Es wurde nun zweitens untersucht, in welcher Weise eine Erhitzung der Röhre auf die Länge des Quecksilberfadens einen Einfluss hat. Hierzu wurde die Röhre zwischen *A* und *B* in einen Gasofen gebracht, sodass die Kugel *B*, in der sich das Quecksilber befand, nicht mit erhitzt wurde. Die Capillare wurde ausgpumpt auf 0,005 mm bei 20,5° C.; am nächsten Tage betrug der abgelesene Druck 0,006 mm bei 21° C. Jetzt wurde der Apparat zwei Stunden erhitzt auf 312° C. Während des Erhitzens communicirte die Capillare mit einem Trockenapparate. Der Hahn zur Pumpe wurde dann geschlossen und der Apparat erkalten gelassen. Das darauf zwischen die Marken gebrachte Quecksilber zeigte keine Aenderung seiner ursprünglichen Länge.

Schliesslich wurde noch in den auf obige Weise ausgpumpten Apparat schweflige Säure eingelassen, auch hierbei zeigte sich keine Aenderung in der Länge des Quecksilberfadens.

Da eine Verdrängung der adsorbierten Luft durch Queck-

silber wohl kaum angenommen werden kann, so scheint mir aus obigen Versuchen zu folgen, dass die Dicke der adsorbierten Schicht auf Glas, sowohl bei Luft wie bei schwefliger Säure, kleiner ist, als 0,000 007 cm. Es würde dies in vollkommener Uebereinstimmung sein mit der Quincke'schen Theorie. Bunsen¹⁾ nimmt mit Quincke an, dass die Dicke der auf Glas adsorbierten Schicht von Kohlensäure 0,000 005 cm betrage. Für die Höhe der an Glasoberflächen haftenden Wasserschicht findet er²⁾ bei 23° C. $\delta = 0,000\ 023\ 24$ cm. Die adsorbirete Wasserschicht wäre also bedeutend dicker, als die adsorbirete Luftschicht. Pfeiffer³⁾ berechnet aus seinen Beobachtungen für die Höhe der adsorbierten Schicht:

bei Ammoniak $\delta = 0,000\ 045$ cm,

bei Kohlensäure $\delta = 0,000\ 024$ cm,

Zahlen, die mit meinen Beobachtungen nicht stimmen würden.

Nach O. E. Meyer ist der Molekulardurchmesser etwa 0,000 000 005 cm. Es wird also die Dicke der adsorbierten Gasschicht immerhin noch tausendmal so gross sein, als der Molekulardurchmesser.

V. Die Grassmann'sche Vocaltheorie im Lichte des Experiments; von J. Lahr.

I. Einleitung.

Im Jahre 1877 erschien eine Abhandlung „über die physikalische Natur der Sprachlaute“ von H. Grassmann⁴⁾), die bis jetzt noch wenig Berücksichtigung gefunden hat. Meines Wissens existirt nur eine kurze Gegenschrift von Felix Auerbach⁵⁾), die sich speciell mit der Grassmann'schen Theorie beschäftigt und dieselbe zu widerlegen sucht. Und doch verdient dieselbe eine grössere Beachtung nicht nur deswegen, weil der Verfasser in dieser Schrift sich selbst als den Begründer einer

1) Bunsen, Wied. Ann. **20.** p. 558. 1883.

2) Bunsen, Wied. Ann. **24.** p. 339. 1885.

3) Pfeiffer, Beibl. **8.** p. 630. 1884.

4) H. Grassmann, Wied. Ann. **1.** p. 606. 1877.

5) F. Auerbach, Wied. Ann. **4.** p. 508. 1878.

vollständigen Vocaltheorie nennt (er sagt mit Bezug auf eine Stelle im Programm des Stettiner Gymnasiums vom Jahre 1854: „Diese Stelle in meinem Programm ist, obwohl sie eine vollständige Theorie der Vocaltöne, an der es bis jetzt noch fehlte, in sich schliesst, gänzlich unbeachtet geblieben. Fünf Jahre später trat Hr. Helmholtz etc.“), sondern auch, weil die darin ausgesprochenen Ansichten wesentlich neue Ideen enthalten, die, obgleich von der Gelehrtenwelt noch wenig beachtet, für die Vocaltheorie von besonderer Bedeutung sind. Dass diese Theorie bis jetzt so wenig Beachtung gefunden, dürfte hauptsächlich darin seinen Grund haben, dass Grassmann dieselbe nur sehrdürftig durch Experimente gestützt hat. Es sei deshalb der Zweck dieser Arbeit, mittelst einer Reihe von Versuchen, die ich unter Leitung des Hrn. Hofrath Professor Dr. Sohncke im physikalischen Laboratorium der Universität Jena angestellt habe, und der Resultate neuerdings anderweitig angestellter Experimente, die Richtigkeit der Grassmann'schen Theorie zu prüfen.

Zum besseren Verständniss sei es mir gestattet, das Wesentliche derselben in kurzen Worten mitzutheilen.

Danach sind die Vocale der Reihe *u*—*ü*—*i* durch das Mitklingen nur eines Obertones¹⁾ charakterisiert und dieser Oberton reiche für *u* von *c* bis ungefähr *c''* (dreigestrichenes *c*) hinauf, für *ü* von da bis etwa *e''*, für *i* von da bis zu beliebiger Höhe. Sei der betreffende Oberton tiefer, so entstehe ein dunkleres *u*—*ü*—*i*, sei er höher, so entstehe ein helleres *u*—*ü*—*i*; immer aber bleibe der Vocalcharakter an eine bestimmte Höhe des Obertones gebunden. Hiernach wäre das *u* mit dem Obertone *c* ein sehr tiefes, das tiefste, was überhaupt im Bereich der menschlichen Stimme vorkäme, dagegen ein *u* mit dem Obertone *c''* wäre das höchste, und wenn der Oberton über *c''* hinaussteige, würde ein *ü* entstehen.

Während bei *u*—*ü*—*i* nur je ein Oberton mitklinge, höre man bei *a* eine ganze Reihe (7 bis 9) in fast gleicher Stärke.

1) Unter Oberton ist ein solcher Ton zu verstehen, dessen Schwingungszahl ein ganzes Vielfaches der Schwingungszahl des Grundtones, d. h. desjenigen Tones ist, auf den der Vocal angegeben wird.

Alle übrigen Vocale liessen sich aus diesen durch den Uebergang eines Vocals der Reihe *u-ü-i* in *a* ableiten, und zwar auf folgende Weise. Grassmann sagt p. 617 seiner Abhandlung: „Ich definire den Vocal *o* als *u+a*, d. h. die Obertöne von *o* liegen von dem charakteristischen Ton des *u*, also von *c'*, halb so weit entfernt, als die Obertöne von *a*. Ist z. B. *c* der Grundton, so enthält *a* die Obertöne von *c'* bis *c''*, also *o* die Obertöne von *c'* bis *c''*, also *c'g'c''*, wo *g'* statt der nicht zu den Obertönen von *c* gehörigen Töne eintritt, welche nach obiger Gleichung¹⁾ hervortreten müssten. Aehnlich kann man den Vocal *ö* als in der Mitte zwischen *ü* und *a* liegend annehmen und *e* als in der Mitte zwischen *i* und *a* liegend. Man kann hiernach, wenn man *u-i-a* oder irgend drei andere Vocale, von denen einer nicht als zwischen den beiden anderen liegend erscheint, durch drei Punkte einer Ebene darstellt, jeden anderen Vocal durch einen genau bestimmten Punkt dieser Ebene darstellen.“ Dies kurz die Lehre Grassmann's.

II. Versuche mit Stimmgabeln.

1. Ueber die Resonanz der Mundhöhle. Beim Beginn dieser Versuche lag es nahe, mittelst der von Hrn. von Helmholtz angegebenen analytischen Stimmgabelmethode festzustellen, ob die Tonhöhe stärkster Resonanz der Mundhöhle für jeden Vocal eine feste ist, wie v. Helmholtz lehrt, oder ob derselbe für einen und denselben Vocal eine verschiedene ist, was mehr der Grassmann'schen Theorie entsprechen würde. Zu diesem Zwecke waren mir ausser den im physikalischen Institut vorhandenen Stimmgabeln durch freundliche Vermittelung des Hrn. Professor Sohncke von Hrn. Hofrat Professor Dr. Preyer dahier noch eine Anzahl anderer Stimmgabeln zur Verfügung gestellt.

Am geeignetensten zu diesen Versuchen erschien mir der Vocal *u*, da derselbe nach v. Helmholtz nur eine Tonhöhe stärkster Resonanz besitzt (*ä-e-i* etc. besitzen nach ihm zwei Tonhöhen stärkster Resonanz), die auf *f* festgesetzt ist, und nach Grassmann durch das Mitklingen nur eines Obertones

1) S. p. 617 der Grassmann'schen Abhandlung.

charakterisiert ist. Da dieser Oberton aber, wie wir oben gesehen haben, je nach der Höhe des Grundtones oder der Verschiedenheit der Vocalnuance nach Grassmann ein verschiedener sein soll, so muss auch jede, auf eine beliebige Höhe abgestimmte Gabel stärker erklingen, wenn man sie angeschlagen vor die Mundöffnung bringt, während man die Mundtheile in die Stellung bringt, als wolle man *u* auf einen Ton sprechen oder singen, der zu dem betreffenden Stimmgabelton Grundton ist. Die Versuche, die ich auf diese Weise besonders mit den auf *b'* und *b''* (nach v. Helmholtz charakteristische Töne für die Vocale *o* und *a*) abgestimmten Gabeln angestellt habe, bestätigen diese Voraussetzung der Grassmann'schen Theorie in vollkommener Weise, ja der Ton der *b'*-Stimmgabel wird bei der *u*-Mundstellung derart verstärkt, dass, wenn man dieselbe zuerst vor die Mundöffnung der *u*-Mundstellung bringt und die Mundtheile dann plötzlich in die *o*-Mundstellung überführt, während man die Gabel unverändert in derselben Lage lässt, man im Zweifel ist, bei welcher Mundstellung die Gabel am stärksten erklingt. Fast ebenso ist das Verhältniss, wenn man die *b''*-Gabel angeschlagen vor die Mundöffnung bringt, während die Mundtheile in der Stellung sich befinden, als wolle man *u* auf den Ton *b'* singen und dann dieselben in die *a°*- oder *o*-Mundstellung ebenfalls wieder plötzlich überführt. (Bei der reinen *a*-Mundstellung wurde der Stimmgabelton nur sehr wenig verstärkt). Dabei ist der durch die Mundhöhlenresonanz verstärkte Klang der Stimmgabel ein verschiedener, je nachdem dieselbe sich vor der Mundöffnung der *u*-, *o* oder *a°*-Mundstellung befindet, ja der Unterschied des Klanges ist so gross, dass bei günstig ausfallenden Versuchen selbst Zuhörer, ohne die betreffende Mundstellung zu sehen, die Vocale *a°*—*o*—*u* erkennen, wenn die Mundtheile rasch nacheinander die resp. Stellungen einnehmen, während die Stimmgabel in unveränderter Lage bleibt.

Ich muss bemerken, dass diese Versuche für den Anfänger deshalb nicht ohne Schwierigkeit sind, weil es nicht ganz leicht ist, die Mundtheile in der Stellung, in welcher man einen bestimmten Vocal in bestimmter Höhe singen will, genau festzuhalten und zu gleicher Zeit die Stimmgabel in die richtige

Lage vor der Mundöffnung zu bringen. Besonders beim Vocal *u* kommt es sehr auf die richtige Stellung der Stimmgabel vor der Mundöffnung an, da dieselbe hier sehr enge ist, und man bei der geringsten Verschiebung der Stimmgabel nur sehr schwache oder gar keine Resonanz vernimmt. Ausserdem muss ich darauf aufmerksam machen, dass es bei derartigen Versuchen angezeigt ist, die Stimmgabel zuerst etwas verklingen zu lassen, um die Mitwirkung der gleich nach dem Anschlagen vorhandenen höheren Theiltöne auszuschliessen. Auf gleiche Weise mit Gabeln von verschiedener Tonhöhe angestellte Versuche ergaben ähnliche Resultate, d. h. alle Stimmgabelklänge werden mehr oder weniger verstärkt, wenn man die Stimmgabel angeschlagen vor die Mundöffnung bringt, während die Mundtheile die Stellung einnehmen, als wolle man *u-o* oder *a°* auf einen Ton singen, zu welchem der betreffende Stimmgabelton erster Oberton ist. Dagegen vernimmt man nur schwache Resonanz, wenn man die Versuche in gleicher Weise in Bezug auf die Vocale *a-e-i* anstellt.

Wenn auch diese Versuche im allgemeinen für die Grassmann'sche Theorie sprechen, so halte ich dieselben doch nicht für so massgebend, um allein daraus ein positives Urtheil für die Richtigkeit derselben abzugeben; dagegen kann man mit Bestimmtheit daraus erkennen, dass die Tonhöhe stärkster Resonanz für den Vocal *u* wenigstens keine feste ist, sondern dass sich dieselbe mit der Aenderung der Höhe des Grundtones ebenfalls ändert. Geeigneter zur Beurtheilung der Grassmann'schen Theorie erscheint mir die ebenfalls von v. Helmholtz angegebene.

2. Synthetische Stimmgabelmethode. Bei diesen Versuchen verfuhr ich ganz nach den Grassmann'schen Angaben, indem ich die einzelnen Vocale dadurch darzustellen suchte, dass ich einen oder mehrere Obertöne mit dem Grundton zusammen erklingen liess. Ich begann mit den nach Grassmann einfachsten Vocalen der Reihe *u-ü-i*, indem ich zuerst die beiden auf *c* (Grundton) und *c'* (erster Oberton) abgestimmten Gabeln, die auf Resonanzkästen aufgesetzt sind, mit dem Violinbogen gleich stark anstrich. Der dabei vernommene Klang gleicht mehr einem *o*-ähnlichen *u*, der mehr

und mehr den Charakter eines schönen, reinen *u* annimmt, je mehr einer dieser beiden Töne neben dem anderen schwindet, sodass es beinahe den Anschein hat, als sei der Vocal *u* durch einen einfachen Ton darzustellen.¹⁾ Lässt man statt des ersten den zweiten, dritten etc. Oberton mit dem Grundton zusammen erklingen, so nimmt der Vocalcharakter eine immer hellere Färbung an und geht schliesslich, ganz nach Grassmann's Angaben, in *ü* über. Dabei muss ich jedoch bemerken, dass, um ein schönes *ü* darzustellen, der hohe Oberton in mindestens gleicher Stärke neben dem Grundton erklingen muss; *i* erhält man, wenn man den Grundton nur schwach, dagegen einen hohen Oberton sehr stark erklingen lässt; überhaupt ist der Klang einer auf einen hohen Ton abgestimmten Gabel dem *i*-Klang sehr ähnlich. Danach wäre also *u* charakterisiert durch Grundton und einen Oberton, der um so stärker erklingen muss, je weiter er sich vom Grundton entfernt; *ü* durch Grund- und stärker klingenden höheren Oberton und *i* durch Grund- und stark klingenden hohen Oberton. Jedenfalls ist durch diese Versuche festgestellt, dass die genannten Vocale hauptsächlich durch das Mitklingen nur eines Obertones charakterisiert sind, denn lässt man zum gleich stark klingenden Grund- und ersten Oberton noch den zweiten hinzutreten, so vernimmt man sofort eine Änderung des Klanges, der sich am deutlichsten als *o* markiert, wenn man plötzlich einen oder noch besser beide Obertöne zum Schweigen bringt. Der plötzliche Uebergang von einem zum anderen Klang lässt deutlich die Vocale *o* und *u* erkennen. Schöner und voller klingt das *o*, wenn man, ausser den beiden genannten, noch den dritten Oberton mitklingen lässt, sodass also dieser Klang besteht aus dem Grundton *c* und den Obertönen *c'*, *g'*, *c''*.²⁾ Erkennt man bei dem Zusammenklingen von vier Partialtönen noch ein deutliches *o*, so vernimmt man sofort wieder eine Änderung des Klanges,

1) Uebereinstimmend mit v. Helmholtz insofern, als bei ihm der Grundton *B* allein ebenfalls *u* darstellte, welches schöner klang, wenn *b* und *f'* leise mittönte.

2) Nach v. Helmholtz lässt sich ein sehr schönes *o* hervorbringen, wenn man *b'* stark angibt, daneben schwächer *b*, *f''* und *d''*; dabei muss der Grundton *B* gedämpft werden.

wenn man noch den sechsten Partialton hinzutreten lässt. (Eine Stimmgabel für den vierten Oberton, resp. fünften Partialton stand mir nicht zur Verfügung.) Dabei lässt sich der Charakter der einzelnen Vocale auch wieder am leichtesten erkennen, wenn man zunächst den zuletzt hinzugetretenen Oberton verstummen lässt und dann zwei beliebige oder besser alle drei Obertöne plötzlich zum Schweigen bringt. Geschieht dies, so erkennt man sofort der Reihe nach die Vocale a^o-o-u , und zwar so deutlich, dass einmal einige Personen, die sich zufällig im Zimmer befanden und gar nicht wussten, um was es sich handelte, auf Befragen sofort diese drei Vocale nannten.

Auffallend ist der Uebergang von a^o zu a , wenn man noch einen weiteren Oberton (ich gebrauchte in Ermangelung einer genau passenden Stimmgabel den Ton einer Stimmgabel, die 1000 Schwingungen macht) hinzutreten lässt. Es scheint, als ob dieser Ton allein den Vocalcharakter bestimme, also, übereinstimmend mit v. Helmholtz, wirklich charakteristischer Ton für den Vocal a sei. Man überzeugt sich jedoch leicht, dass nur der Gesammtklang aller Partialtöne es ist, der den Vocalcharakter ausmacht, wenn man alle Obertöne, ausgenommen den sogenannten charakteristischen, plötzlich zum Schweigen bringt. Sofort hört man ein deutliches, hellklingendes u , und zwar markirt sich der Uebergang so scharf, dass man glaubt, jemand $a-u$ sprechen zu hören.

Den Vocal \ddot{o} konnte ich nach Grassmann'schen Angaben zwar leidlich, doch nicht so gut wie die übrigen Vocale darstellen, wohl aus dem Grunde, weil mir, wie schon oben bemerk't, der vierte Oberton fehlte und dieser jedenfalls in dem \ddot{o} -Klange nicht fehlen darf. Den Vocal e vermochte ich deswegen nicht markirt genug darzustellen, weil die mir zur Verfügung stehenden hohen Stimmgabeln nicht auf Resonanzkästen aufgesetzt waren und infolge dessen zu rasch verklangen.

Lässt sich aus diesen Versuchen die Richtigkeit der Grassmann'schen Theorie nicht in allen Theilen nachweisen, so geht doch aus denselben mit Bestimmtheit hervor, dass es nicht ein Ton von bestimmter Höhe ist, der einem Vocal seinen Charakter verleiht, sondern dass hauptsächlich die verschiedene Anzahl und Lage der verstärkten Obertöne die Vocale unterscheiden.

III. Versuche mit dem Phonographen.

Wenn sich, wie v. Helmholtz sagt, die menschliche Stimme anders verhält wie die künstlichen Instrumente, dieselbe sich also durch künstliche Instrumente nicht vollkommen nachahmen lässt, so sind uns mit der Erfindung des Phonautographen und Phonographen Apparate an die Hand gegeben, mittelst welcher wir die von der menschlichen Stimme erzeugten Töne direct untersuchen können; es sind also diese Apparate besonders dazu geeignet, die Richtigkeit, resp. Unrichtigkeit der verschiedenen Vocaltheorien festzustellen. Bisher wurde die Frage meistens nur so gestellt, ob die Höhe des charakteristischen Tones unabhängig von der Tonhöhe des Grundtones sei, wie v. Helmholtz behauptet, oder ob dieselbe von der Höhe des Grundtones abhängig, d. h. ob der charakteristische Ton „Oberton“ sei.

Von der Grassmann'schen Theorie aber hat, wie schon in der Einleitung bemerkt, kaum jemand Notiz genommen. Die seit Erfindung der genannten Apparate zahlreich mit denselben angestellten Versuche beschäftigen sich denn auch nur damit, die Richtigkeit einer der beiden genannten Ansichten nachzuweisen.

Ueber die Versuche mit dem Phonautographen sagt Professor Graham Bell in einer Rede, gehalten am 15. April 1879 in der Nationalacademie für Künste und Wissenschaft zu London¹⁾: „Wenn ‚the fixed pitch Theorie‘ (Helmholtz'sche Theorie) richtig wäre, würden nach den Fourier'schen Ausführungen die Vocale keine periodischen Curven hinterlassen, wenn sie auf einen Ton gesungen würden, welcher zu dem charakteristischen Ton nicht Grundton ist. Dagegen würden, wenn ‚the harmonic hypothesis‘ (Lehre von der relativen Tonhöhe des charakteristischen Tones) richtig wäre, die Curven immer periodische Curven sein müssen, und der vorherrschende Partialton, der immer in bestimmtem Verhältniss zum Grundton in Bezug auf Höhe und Stärke steht, würde für jeden Vocal eine bestimmte Form der Curve hervorbringen, welche für dieselben

1) G. Bell, Journ. of otology. 1. p. 173. 1879.

Vocale bei verschiedener Höhe constant sein würde. Die von mir und W. Blake gezogenen Vocalcurven waren periodische Curven und scheinen die genannten Schlüsse zu bestätigen, wenn auch die Schwingungsform bei verschiedener Höhe nicht immer dieselbe ist.“

Vergleichen wir diese Ausführungen Graham Bell's und seine angeführten Versuchsresultate mit der Grassmann'schen Theorie, so finden wir nicht allein eine Bestätigung dafür, dass die charakteristischen Töne Obertöne sein müssen, sondern wir finden in der Grassmann'schen Theorie auch die Erklärung für die verschiedenen Schwingungsformen bei einem und demselben Vocal in verschiedener Tonhöhe. Wenn „the harmonic hypothesis“ voraussetzt, dass der charakteristische Ton in einem ganz bestimmten Verhältniss zum Grundton in Bezug auf Tonhöhe und Stärke steht, so gilt dies vielleicht für eine ganz bestimmte Aussprache des Vocals, für eine ganz bestimmte Vocalnūance. Die Vocalaussprachen sind aber erfahrungsgemäss nicht immer dieselben; sie hängen nicht allein ab von den verschiedenen Dialecten, sondern sind sogar bei einer und derselben Stimme, besonders in verschiedenen Tonhöhen, in denen sie gesprochen oder gesungen werden, verschieden. Singt man z. B. *o* auf einen sehr tiefen Ton, so nimmt es mehr den Charakter eines *a*^o an, während es in ganz hohen Tonlagen mehr nach *u* hinneigt. Dementsprechend wird also auch die Form der Curvenperiode eine andere sein, wenn man einen Vocal auf einen tiefen, als wenn man ihn auf einen hohen Ton singt. Da aber, wie Bell ausführt, die Form der Curve abhängt von dem Verhältniss, in dem der charakteristische Ton in Bezug auf Höhe und Stärke zum Grundton steht, so wird auch dieses für jeden Vocal, entsprechend seinen verschiedenen Nūancen, ein verschiedenes sein, ganz wie wir es durch die Grassmann'sche Theorie erklärt finden.

Während also, wie Professor Bell mittheilt, durch die Versuche mit dem Phonautographen die Lehre von der relativen Tonhöhe des charakteristischen Tones bestätigt wird, findet man Bestätigung der entgegengesetzten Ansicht durch die Versuche mit dem Phonographen. Spricht oder singt man nämlich einen Vocal in den Schallbecher des Phonographen,

während die Walze desselben mit bestimmter Geschwindigkeit gedreht wird, so wird derselbe Vocal von dem Apparat reproducirt, wenn dabei die Umdrehungsgeschwindigkeit dieselbe ist. Wäre nun die Lehre von der relativen Tonhöhe wirklich richtig, so dürfte sich der Vocalcharakter auch dann nicht ändern, wenn bei der Reproduktion die Umdrehungsgeschwindigkeit eine andere wäre als diejenige, bei welcher man den Vocal in den Apparat gerufen hat. Der Vocalcharakter ändert sich aber, wenn man bei der Reproduktion die Walze des Phonographen mit beschleunigter oder verminderter Geschwindigkeit dreht, woraus man schloss, dass die Lehre von der absoluten Tonhöhe des charakteristischen Tones richtig sei. Die von mir auf diese Weise zur Prüfung der Grassmann'schen Vocaltheorie angestellten Versuche lieferten folgende Resultate:

1. *u* in den Schallbecher des Phonographen gerufen, während die Walze mit mässiger Geschwindigkeit gedreht wird, wird als derselbe Vocal reproducirt bei derselben und verminderter Umdrehungsgeschwindigkeit. Ist die Umdrehungsgeschwindigkeit eine grössere, so wird ein *ü* und bei noch schnellerer Umdrehung ein *i* gehört. Letzterer Ton entspricht jedoch mehr einem schrillen Pfeifton.

2. *ü* in den Apparat gerufen, wird als derselbe Vocal reproducirt, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit dieselbe wie beim Hineinsprechen ist. Man hört jedoch ein *u* bei verminderter und ein *i* bei beschleunigter Umdrehung.

3. *o* in den Phonographen gerufen, wird als *o* deutlich wieder erkannt bei gleicher und verminderter Umdrehungsgeschwindigkeit. Gerade bei verminderter Umdrehungsgeschwindigkeit hörte ich, im Gegensatz zu Cross in Boston, welcher ein *u* vernommen hat, ein schönes, dunkles *o*. Der Vocalcharakter wurde dagegen geändert, d. h. es wurde ein *ö* reproducirt bei beschleunigter Umdrehung und ein *e* bei noch grösserer Umdrehungsgeschwindigkeit.

4. *a* in den Schallbecher des Phonographen gerufen, behält seinen Charakter bei der Reproduktion, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit dieselbe ist oder vergrössert wird. Man hört jedoch bei verminderter Geschwindigkeit ein *a^o*, obgleich dieser Vocal nach der Grassmann'schen Theorie auch bei

verminderter Umdrehungsgeschwindigkeit seinen Charakter beibehalten müsste. Dies ist jedoch, wie ich glaube, mehr dem Umstände zuzuschreiben, dass der Apparat bei langsamer Umdrehung der Walze die hohen Obertöne nur schwer, wenigstens nicht in dem Maasse laut reproducirt, dass sie von dem Ohr vernommen werden können, sodass auch diese Versuche mit dem Phonographen die Grassmann'sche Theorie, besonders in Bezug auf die Erklärung von dem Uebergang der Vocale ineinander, durchaus bestätigen. Beachtet man nun die That-sache, dass die durch beide Apparate gewonnenen Resultate die Grassmann'sche Theorie bestätigen, während sie sich in Bezug auf die beiden anderen Theorien direct widersprechen, so dürfte das allein schon als hinreichender Beweis für die Richtigkeit der Grassmann'schen Theorie betrachtet werden.

Aber auch andere, eingehendere Versuche, die mit dem Phonautographen von Schneebeli in Zürich und mit dem Phonographen von Jenkin und Ewing in Edinburgh, sowie von mir angestellt wurden, bestätigen dieselbe. Die von den genannten Herren angestellten Versuche beschränken sich hauptsächlich auf die Vocale *o* und *u*, und sind, wie alle mit diesen Apparaten angestellten Versuche, nur dazu benutzt, eine der beiden obengenannten Ansichten zu beweisen. Es blieb mir deshalb überlassen, nicht nur die vorhandenen Resultate mit der Grassmann'schen Theorie zu vergleichen, sondern auch, um dieselbe in allen ihren Theilen prüfen zu können, die Versuche auf die übrigen Vocale auszudehnen. Wenn sich, trotz der schon in ausgedehnterem Maasse vorhandenen Resultate, meine Versuche auch auf die Vocale *o* und *u* erstrecken, so geschah dies einmal, um die Richtigkeit und Zuverlässigkeit dieser Versuche zu prüfen, und das andere mal, um mich von der Brauchbarkeit eines von mir zum erstenmal zu diesem Zweck angewandten Apparates zu überzeugen.

Diese Versuche mit dem Phonographen bestehen nämlich darin, dass man die für Vocale erhaltenen Eindrücke auf dem Stanniol des Phonographen mittelst eines geeigneten Apparates in vergrössertem Maassstabe als Curven auf Papier überträgt und diese Curven dann einer genaueren Untersuchung unterzieht. Der von Jenkin und Ewing gebrauchte, eigens

zu diesem Zweck construirte Apparat¹⁾) ist zwar sehr sinnreich, doch so complicirter Art, dass ich es beim Beginn dieser Versuche als meine erste Aufgabe betrachtete, einen einfacheren Apparat zu finden, der besser zu handhaben und leichter zu beschaffen wäre. Einen solchen, der diesen Anforderungen durchaus genügen dürfte, besitzen wir in dem Marey'schen, von Knoll verbesserten Polygraphen, der schon vielfach, besonders zu physiologischen Versuchen gebraucht und mir zu diesen Versuchen von Hrn. Professor Sohncke vorgeschlagen wurde. Um denselben hierzu benutzen zu können, bedarf derselbe nur einer kleinen Aenderung in Bezug auf den Theil des Apparates, der dazu dient, die auf dem Stanniol gemachten Eindrücke aufzunehmen. Ich gebrauchte dazu eine der Marey'schen ähnliche Trommel, deren Ausflussrohr statt nach der Seite nach oben gerichtet ist, und auf deren sehr empfindlichen Membrane genau in der Mitte ein Stift mit vorn abgerundeter Spitze (ähnlich dem Stifte des Phonographen, der die Eindrücke in das Stanniol macht) aufgeklebt ist. Diese Trommel ist an einem festen Metallstück, behufs genauer Einstellung des Stiftes zu den Stannoleindrücken, mikrometrisch verstellbar angebracht. Das Metallstück selbst ist auf einem viereckigen Brett aufgeschraubt, dessen Dicke so gewählt werden muss, dass der Stift beim Einstellen genau senkrecht zur Phonographenwalze steht. Die Communication dieser Trommel mit einem Marey'schen „Tambour enregistreur“, der den ca. 10 cm langen Schreibhebel trägt, wird durch einen Gummischlauch gebildet. Auf einen durch ein Uhrwerk um eine senkrechte Axe bewegten Cylinder ist das mit einer dünnen Russschicht überzogene Papier aufgeklebt, auf welches der genannte Hebel zeichnet. Die gröbere Einstellung desselben erfolgt durch Bewegung an und um einen senkrecht stehenden Stab, die feinere Einstellung zum rotirenden Cylinder durch eine Schraube. Ausserdem kann die Stellung des Schreibhebels zur Horizontalen durch eine andere Schraube regulirt werden. Der Hebel wird dadurch in Thätigkeit gesetzt, dass beim Drehen der Phonographenwalze, infolge der in dem Stanniol befindlichen Eindrücke, die von dem oben-

1) Jenkin u. Ewing, Trans. Roy. Soc. Edin. 28. p. 1. Plate 35 u. 36.

beschriebenen Stift überfahren werden, in der zuerst genannten Trommel Luftverdunnungen und Verdichtungen stattfinden, die durch den Gummischlauch zum Marey'schen „Tambour enregistreur“ übertragen werden und dort den sehr leichten und leicht beweglichen Hebel auf und nieder bewegen. Die Dichtigkeitsänderung der Luft in dem Apparate entspricht selbstverständlich genau den durch die einzelnen Vocale auf dem Stanniol hervorgebrachten Eindrücken, und da die Bewegung des Schreibhebels wiederum nur abhängt von dieser Dichtigkeitsänderung, so werden die von ihm gezeichneten Curven genau den einzelnen Vocalen entsprechen. In der That gleichen die mit diesem Apparat für die Vocale *o* und *u* erhaltenen Curven denjenigen, die Jenkin und Ewing¹⁾ für diese Vocale aufgezeichnet haben, sowie auch denjenigen, die Schneebeli in Zürich mit dem Phonautographen erhalten hat²⁾, ein Beweis dafür, dass dieser Apparat an Leistungsfähigkeit dem von Jenkin und Ewing gebrauchten in keiner Weise nachsteht. Er hat jedoch, wie schon gesagt, den grossen Vorzug vor demselben, dass er ungleich viel einfacher, leichter zu beschaffen und, da er die Stannioleindrücke direct aufnimmt, viel bequemer und leichter zu handhaben ist, sodass ich die Hoffnung auszusprechen wage, dass dieser Apparat zu neuen Versuchen auf diesem Gebiete Veranlassung geben wird.

Die so erhaltenen Curven lassen sich, weil periodisch, darstellen durch die Fourier'sche Reihe:

$$y = A_o + \sum_{k=1}^{n-1} A_k \sin \frac{2\pi}{n} Kx + B_k \cos \frac{2\pi}{n} K,$$

wo A_o eine Constante, die abhängt von der Lage der *x*-Axe und A_k und B_k so zusammenhängen, dass $\sqrt{A_k^2 + B_k^2} = \alpha_k$ = der Amplitude des *K*ten Partialtones ist. Da aber die Intensität der Partialtöne proportional ist dem Quadrat ihrer Amplituden und ihrer bezüglichen Schwingungszahlen, so lässt sich hieraus die Intensität einer beliebigen Anzahl von Partialtönen

1) Jenkin u. Ewing, vgl. Nature 18. p. 340 u. 394. London.

2) Schneebeli, Archives des Sciences physiques et nat. troisième Période. 1. Pl. I.

berechnen, wenn die entsprechende Anzahl Werthe für y bekannt sind. Zu dem Zweck theilt man eine Periode der zu untersuchenden Curve in n gleiche Theile und misst die dazu gehörigen Ordinaten, wodurch man n Werthe für y erhält. Zur Prüfung der Grassmann'schen Theorie ist es angemessen, die Intensität einer grösseren Anzahl Partialtöne berechnen zu können, weswegen ich die Periode zunächst in 16 und später zur Controle meiner Rechnung in 24 gleiche Theile theilte.

Die Werthe für A und B berechnen sich dann wie folgt:

$$24A_0 = y_0 + y_1 + y_2 + \dots + y_{23},$$

$$12A_1 = y_6 - y_{18} + (y_1 + y_{11} - y_{13} - y_{23}) \sin 15^\circ + (y_2 + y_{10} - y_{14} - y_{22}) \cdot \sin 30^\circ + (y_3 + y_9 - y_{15} - y_{21}) \sin 45^\circ + (y_4 + y_8 - y_{16} - y_{20}) \cdot \sin 60^\circ + (y_5 + y_7 - y_{17} - y_{19}) \sin 75^\circ,$$

$$12B_1 = y_0 - y_{12} + (y_1 - y_{11} - y_{13} + y_{23}) \cos 15^\circ + (y_2 - y_{10} - y_{14} + y_{22}) \cdot \cos 30^\circ + (y_3 - y_9 - y_{15} + y_{21}) \cos 45^\circ + (y_4 - y_8 - y_{16} + y_{20}) \cdot \cos 60^\circ + (y_5 - y_7 - y_{17} + y_{19}) \cos 75^\circ,$$

$$12A_2 = y_3 - y_9 + y_{15} - y_{21} + (y_1 + y_5 - y_7 - y_{11} + y_{13} + y_{17} - y_{19} - y_{23}) \cdot \sin 30^\circ + (y_2 + y_4 - y_8 - y_{10} + y_{14} + y_{16} - y_{20} - y_{22}) \sin 60^\circ,$$

$$12B_2 = y_0 - y_6 + y_{12} - y_{18} + (y_2 - y_4 - y_8 + y_{10} + y_{14} - y_{16} - y_{20} + y_{22}) \cdot \cos 60^\circ + (y_1 - y_5 - y_7 + y_{11} + y_{13} - y_{17} - y_{19} + y_{23}) \cos 30^\circ,$$

$$12A_3 = y_2 - y_6 + y_{10} - y_{14} + y_{18} - y_{22} + (y_1 + y_3 - y_5 - y_7 + y_9 + y_{11} - y_{13} - y_{15} + y_{17} + y_{19} - y_{21} - y_{23}) \sin 45^\circ,$$

$$12B_3 = y_0 - y_4 + y_8 - y_{12} + y_{16} - y_{20} + (y_1 - y_3 - y_5 + y_7 + y_9 - y_{11} - y_{13} + y_{15} + y_{17} - y_{19} - y_{21} + y_{23}) \cos 45^\circ,$$

$$12A_4 = (y_1 + y_2 - y_4 - y_5 + y_7 + y_8 - y_{10} - y_{11} + y_{13} + y_{14} - y_{16} - y_{17} + y_{19} + y_{20} - y_{22} - y_{23}) \sin 60^\circ,$$

$$12B_4 = y_0 - y_3 + y_6 - y_9 + y_{12} - y_{15} + y_{18} - y_{21} + (y_1 - y_2 - y_4 + y_5 + y_7 - y_8 - y_{10} + y_{11} + y_{13} - y_{14} - y_{16} + y_{17} + y_{19} - y_{20} - y_{22} + y_{23}) \cdot \cos 60^\circ,$$

$$12A_5 = y_6 - y_{18} + (y_1 + y_{11} - y_{13} - y_{23}) \sin 75^\circ + (y_2 + y_{10} - y_{14} - y_{22}) \cdot \sin 30^\circ - (y_3 + y_9 - y_{15} - y_{21}) \sin 45^\circ - (y_4 + y_8 - y_{16} - y_{20}) \cdot \sin 60^\circ + (y_5 + y_7 - y_{17} - y_{19}) \sin 15^\circ,$$

$$12B_5 = y_0 - y_{12} + (y_1 - y_{11} - y_{13} + y_{23}) \cos 75^\circ - (y_2 - y_{10} - y_{14} + y_{22}) \cdot \cos 30^\circ - (y_3 - y_9 - y_{15} + y_{21}) \cos 45^\circ + (y_4 - y_8 - y_{16} + y_{20}) \cdot \cos 60^\circ + (y_5 - y_7 - y_{17} + y_{19}) \cos 15^\circ,$$

$$12 A_6 = y_1 - y_3 + y_5 - y_7 + y_9 - y_{11} + y_{13} - y_{15} + y_{17} - y_{19} + y_{21} - y_{23},$$

$$12 B_6 = y_0 - y_2 + y_4 - y_6 + y_8 - y_{10} + y_{12} - y_{14} + y_{16} - y_{18} + y_{20} - y_{22},$$

$$12 A_7 = -y_6 + y_{18} + (y_1 + y_{11} - y_{13} - y_{23}) \sin 75^\circ - (y_2 + y_{10} - y_{14} - y_{22}) \\ \cdot \sin 30^\circ - (y_3 + y_9 - y_{15} - y_{21}) \sin 45^\circ + (y_4 + y_8 - y_{16} - y_{20}) \\ \cdot \sin 60^\circ + (y_5 + y_7 - y_{17} - y_{19}) \sin 15^\circ,$$

$$12 B_7 = y_0 - y_{13} - (y_1 - y_{11} - y_{13} + y_{23}) \cos 75^\circ - (y_2 - y_{10} - y_{14} + y_{22}) \\ \cdot \cos 30^\circ + (y_3 - y_9 - y_{15} + y_{21}) \cos 45^\circ + (y_4 - y_8 - y_{16} + y_{20}) \\ \cdot \cos 60^\circ - (y_5 - y_7 - y_{17} + y_{19}) \cos 15^\circ,$$

$$12 A_8 = (y_1 - y_2 + y_4 - y_5 + y_7 - y_8 + y_{10} - y_{11} + y_{13} - y_{14} + y_{16} - y_{17} \\ + y_{19} - y_{20} + y_{22} - y_{23}) \sin 60^\circ,$$

$$12 B_8 = y_0 - y_3 + y_6 - y_9 + y_{12} - y_{15} + y_{18} - y_{21} - (y_1 - y_2 - y_4 + y_5 \\ + y_7 - y_8 - y_{10} + y_{11} + y_{13} - y_{14} - y_{16} + y_{17} + y_{19} - y_{20} - y_{22} \\ + y_{23}) \cos 60^\circ,$$

$$12 A_9 = (y_1 + y_3 - y_5 - y_7 + y_9 + y_{11} - y_{13} - y_{15} + y_{17} + y_{19} - y_{21} - y_{23}) \\ \cdot \sin 45^\circ - y_2 + y_6 - y_{10} + y_{14} - y_{18} + y_{22},$$

$$12 B_9 = y_0 - y_4 + y_8 - y_{12} + y_{16} - y_{20} - (y_1 - y_3 - y_5 + y_7 + y_9 - y_{11} \\ - y_{13} + y_{15} + y_{17} - y_{19} - y_{21} + y_{23}) \cdot \cos 45^\circ,$$

$$12 A_{10} = y_3 - y_9 + y_{15} - y_{21} + (y_1 + y_5 - y_1 - y_{11} + y_{13} + y_{17} - y_{19} - y_{23}) \\ \cdot \sin 30^\circ - (y_2 + y_4 - y_8 - y_{10} + y_{14} + y_{16} - y_{20} - y_{22}) \sin 60^\circ,$$

$$12 B_{10} = y_0 - y_6 + y_{12} + y_{18} + (y_1 - y_5 - y_7 + y_{11} + y_{13} - y_{17} - y_{19} + y_{23}) \\ \cdot \cos 30^\circ + (y_2 - y_4 - y_8 + y_{10} + y_{14} - y_{16} - y_{20} + y_{22}) \cos 60^\circ,$$

$$12 A_{11} = -y_6 + y_{18} + (y_1 + y_{11} - y_{13} - y_{23}) \sin 15^\circ - (y_2 + y_{10} - y_{14} - y_{22}) \\ \cdot \sin 30^\circ + (y_3 + y_9 - y_{15} - y_{21}) \sin 45^\circ - (y_4 + y_8 - y_{16} - y_{20}) \\ \cdot \sin 60^\circ + (y_5 + y_7 - y_{17} - y_{19}) \sin 75^\circ,$$

$$12 B_{11} = y_0 - y_{12} - (y_1 - y_{11} - y_{13} + y_{15}) \cos 15^\circ + (y_2 - y_{10} - y_{14} + y_{22}) \\ \cdot \cos 30^\circ - (y_4 - y_9 - y_{15} + y_{21}) \cos 45^\circ + (y_4 - y_8 - y_{16} + y_{20}) \\ \cdot \cos 60^\circ - (y_5 - y_7 - y_{17} + y_{19}) \cos 75^\circ,$$

$$24 B_{12} = y_0 - y_1 + y_2 - y_3 + \dots$$

Da die Curvenperioden alle hinreichend klein waren, so benutzte ich, um die Messungen mit grösstmöglicher Genauigkeit auszuführen, ein Mikroskop, in dessen Ocular sich ein quadratisches Netz von 0,1 mm Linienabstand befand. Alle Messungen wurden einmal vor- und einmal rückwärts vorgenommen, und, wenn dieselben nicht übereinstimmten, auf dieselbe Weise wiederholt. Ausserdem wurden zur Controle die

ziemlich flachen Curven, die durch die Vocale ö und e erzeugt werden, noch auf diese Weise gemessen, dass ich die Curven auf dem Schlitten einer Theilmaschine befestigte und sie damit vor dem Mikroskop, in dessen Ocular sich jetzt nur eine senkrechte Theilung von 0,05 mm Linienabstand befand, vorbeizog. Die dabei erhaltenen Resultate stimmten genau mit den auf die vorige Weise erlangten überein; doch ist die Messung erster Art deshalb vorzuziehen, weil mit dem quadratischen Gitter die Längen der Curvenperioden sich genau feststellen lassen. Ich glaube hier noch anfügen zu müssen, dass die Resultate für lange und kurze Curvenperioden einer und derselben Curve, die durch das langsamere oder schnellere Umdrehen der Phonographenwalze entstehen, immer dieselben sind. Es ist also nicht nöthig, dass die Umdrehungsgeschwindigkeit des rotirenden Cylinders gleich ist derjenigen der Phonographenwalze; dagegen ist es zum besseren und leichteren Erkennen der Curvenperioden erforderlich, die Drehungen mit möglichst grosser Gleichmässigkeit auszuführen und, um unregelmässige Ausschläge des Schreibhebels zu vermeiden, die Phonographenwalze so langsam wie möglich zu drehen. In nachstehenden Tabellen theile ich ausser den von mir nach dieser Methode erhaltenen Resultaten auch diejenigen mit, welche von Jenkin und Ewing und von Schneebeli für die Vocale o und u erhalten wurden. Um eine genauere Controle des Verfahrens zu ermöglichen, theile ich zunächst für einen Versuch (er bezieht sich auf das in der Tab. I. mit einem Stern bezeichnete erste a) die gemessenen Werthe von y vollständig mit.

$y_0 = 0,0$	$y_8 = 1,9$	$y_{16} = 3,4$
$y_1 = 1,1$	$y_9 = 1,9$	$y_{17} = 3,6$
$y_2 = 1,9$	$y_{10} = 2,0$	$y_{18} = 3,9$
$y_3 = 1,7$	$y_{11} = 2,0$	$y_{19} = 4,0$
$y_4 = 1,8$	$y_{12} = 2,0$	$y_{20} = 4,2$
$y_5 = 1,8$	$y_{13} = 2,4$	$y_{21} = 4,3$
$y_6 = 1,8$	$y_{14} = 2,8$	$y_{22} = 4,4$
$y_7 = 1,8$	$y_{15} = 3,2$	$y_{23} = 2,0$

y_0 ist in allen Fällen = 0, da die Lage der x -Axe so gewählt ist, dass sie zwei aufeinanderfolgende Minima berührt.

A. Resultate von Lahr.

J = Intensität der ersten 12 Partialtöne für alle Vocale gesungen auf den Ton *f'*.

Insensität des Grundtones = 1.

Tabelle 1.

Vocale		<i>f'</i>	<i>f''</i>	<i>c'''</i>	<i>f'''</i>	<i>a'''</i>	<i>c''''</i>	(<i>dis'''</i>)	<i>f''''</i>	<i>g''''</i>	<i>a''''</i>	(<i>b''''</i>)	<i>c''''</i>
	<i>J₁</i>	<i>J₂</i>	<i>J₃</i>	<i>J₄</i>	<i>J₅</i>	<i>J₆</i>	<i>J₇</i>	<i>J₈</i>	<i>J₉</i>	<i>J₁₀</i>	<i>J₁₁</i>	<i>J₁₂</i>	
<i>u</i>	1	0,284	0,030	0,011	0,010	—	—	—	—	—	—	—	—
<i>u</i>	1	0,268	0,025	0,067	0,070	0,106	0,005	—	—	—	—	—	—
<i>ü</i>	1	0,114	0,872	0,080	0,003	0,019	0,005	0,006	—	—	—	—	—
<i>ü</i>	1	—	—	0,008	0,008	0,421	0,015	0,019	—	—	—	—	—
<i>ü</i>	1	0,618	0,087	0,032	0,083	0,072	—	—	—	—	—	—	—
<i>i</i>	1	0,044	0,009	0,006	0,002	0,338	0,049	0,025	0,032	0,030	0,002	0,001	—
<i>i</i>	1	0,076	0,027	0,032	0,025	—	0,005	0,192	—	—	—	—	—
<i>a</i> [*]	1	1,288	1,128	2,214	1,625	2,376	1,587	2,896	0,340	0,290	0,048	—	—
<i>a</i>	1	0,880	0,909	1,840	1,375	1,800	2,107	0,048	0,405	0,090	—	—	—
<i>a</i>	1	0,604	0,999	1,232	1,250	1,800	2,450	—	1,786	—	—	—	—
<i>a</i> ⁰	1	13,200	0,225	9,968	0,558	7,740	0,490	1,382	0,243	0,170	—	—	—
<i>a</i> ⁰	1	13,222	0,270	19,200	5,150	29,736	0,147	—	—	—	—	—	—
<i>o</i>	1	24,416	1,404	22,848	1,000	1,260	0,196	—	—	—	—	—	—
<i>o</i>	1	16,000	0,882	27,520	1,550	0,216	0,049	—	—	—	—	—	—
<i>ä</i>	1	1,052	27,220	7,328	25,650	31,716	9,075	11,840	4,293	1,620	0,121	0,001	—
<i>ä</i>	1	0,372	8,163	2,976	22,500	30,132	9,114	13,376	—	—	—	—	—
<i>ö</i>	1	0,760	3,896	2,560	1,250	0,073	0,019	0,241	—	—	—	—	—
<i>ö</i>	1	0,928	1,998	0,432	2,350	0,900	0,147	0,038	0,064	0,020	0,012	0,001	—
<i>e</i>	1	1,014	0,081	0,112	0,002	—	0,887	0,384	0,324	0,050	0,024	—	—
<i>e</i>	1	0,704	0,027	0,048	0,008	0,006	0,008	1,145	2,107	0,129	0,040	—	—

In dieser Tabelle sind alle Intensitäten, obgleich sie bis zur vierten Stelle berechnet waren, auf drei Stellen abgekürzt angegeben, und der besseren Uebersicht wegen sind die dabei sich ergebenden Intensitäten 0 durch — dargestellt. Für die Stellen, an denen sich kein Zeichen befindet, sind auch keine Intensitäten berechnet.

1) Zur Vergleichung sei daran erinnert, dass nach Grassmann:

u durch einen Oberton von *a* bis *c'''*
ü " " " " " *c'''* " *c''''*
ö " " " " " *e'''* " *e''''*

und *a* durch 7 bis 9 fast gleichstarke Obertöne charakterisiert ist:

B. Resultate von Jenkin und Ewing.

α = Amplituden der sechs ersten Partialtöne für den Vocal *o* gesungen auf verschiedene Tonhöhen.

Tabelle II.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
<i>G</i>	1,3	0,0	1,5	4,0	0,8	0,4
<i>A</i>	1,5	1,5	1,8	2,9	0,6	0,3
<i>B</i>	3,7	5,8	6,1	4,7	1,1	0,0
<i>H</i>	2,5	1,5	2,8	3,1	0,6	0,5
<i>e</i>	1,6	9,5	6,1	3,3	0,3	0,0
<i>d</i>	4,4	13,4	8,2	1,6	2,2	1,0
<i>s</i>	7,9	16,5	7,4	0,8	1,0	0,3
<i>f</i>	5,5	14,0	4,5	0,4	0,8	0,1
<i>g</i>	6,9	10,3	2,7	0,6	0,2	0,2
<i>a</i>	12,5	19,0	2,5	2,2	0,5	0,2
<i>b</i>	7,5	18,5	1,3	0,8	1,1	0,1
<i>h</i>	7,0	12,6	1,5	1,4	0,6	0,1
<i>e'</i>	11,0	16,0	1,5	1,0	1,0	0,7
<i>d'</i>	11,9	7,6	0,5	1,0	0,8	0,2
<i>e'</i>	10,5	6,9	0,7	0,3	0,2	0,3
<i>f'</i>	12,1	7,1	0,7	0,1	0,5	0,4

Umgerechnete Tabelle II.

J = Intensitäten der ersten sechs Partialtöne,
Intensität des Grundtones = 1.

Tabelle II_a.

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
<i>G</i>	1	0,00	11,97	154,00	10,0	3,60
<i>A</i>	1	4,00	12,96	59,84	4,00	1,40
<i>B</i>	1	9,80	24,3	25,6	2,25	0,00
<i>H</i>	1	1,44	11,25	24,0	1,25	1,44
<i>e</i>	1	112,00	102,8	58,76	0,00	0,00
<i>d</i>	1	38,80	31,23	2,11	6,25	1,86
<i>e</i>	1	17,00	7,65	0,16	0,4	0,05
<i>f</i>	1	25,92	5,94	0,08	0,50	0,00
<i>g</i>	1	8,64	1,35	0,02	0,02	0,03
<i>a</i>	1	9,20	0,36	0,48	0,04	0,01
<i>b</i>	1	24,00	0,09	0,20	0,60	0,00
<i>h</i>	1	12,80	0,45	0,64	0,18	—
<i>e'</i>	1	8,44	0,18	0,13	0,20	0,14
<i>d'</i>	1	1,76	0,02	0,11	0,02	0,91
<i>e'</i>	1	1,96	0,05	0,01	0,01	0,03
<i>f'</i>	1	1,20	0,03	—	0,04	0,03

α = Amplituden der sechs ersten Partialtöne für den Vocal u , gesungen auf verschiedenen Tonhöhen.

Tabelle III.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
B	1,8	5,0	2,8	0,3	0,5	0,1
c	9,1	7,4	4,1	0,4	0,6	0,9
d	3,3	10,7	1,4	0,4	0,3	0,0
e	3,4	14,8	1,8	0,7	0,6	0,3
f	2,3	13,5	0,5	1,0	0,3	0,5
g	3,8	12,8	0,9	0,4	1,0	1,1
b	25,0	0,8	1,1	0,1	0,1	0,2
h	28,7	2,6	1,2	0,3	0,8	0,0
c'	8,5	0,3	0,0	0,3	0,2	0,2
e'	13,6	0,6	0,2	0,4	0,3	0,1

α = Amplituden der sechs ersten Partialtöne für den Vocal u , gesungen von einer anderen Stimme.

Tabelle IV.

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
e	2,7	12,7	1,2	1,4	0,2	0,2
f	2,1	10,8	0,7	1,3	0,6	0,2
g	2,2	13,6	0,6	1,6	0,3	0,1
a	1,3	12,0	1,2	1,2	0,4	0,0
b	2,2	18,9	1,2	3,8	0,2	0,8
d	9,4	0,7	0,0	0,2	0,3	0,2

Umgerechnete Tabelle III.

J = Intensität der ersten sechs Partialtöne.
Intensität des Grundtones = 1.

Tabelle III_a.

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
B	1	30,89	21,77	0,44	1,93	0,01
c	1	22,8	15,8	0,26	0,98	0,34
d	1	42,04	1,62	0,24	0,22	0,00
e	1	76,0	2,52	0,68	0,78	0,01
f	1	137,7	0,42	0,02	0,42	1,70
g	1	45,4	0,50	0,18	1,73	3,02
b	1	0,0	0,02	0,00	0,00	0,00
h	1	0,3	0,01	0,00	0,02	0,00
c'	1	0,1	0,00	0,02	0,01	0,00
e'	1	0,1	0,00	0,01	0,01	0,00

Umgerechnete Tabelle IV.

 J = Intensität der ersten sechs Partialtöne.

Intensität des Grundtones = 1.

Tabelle IV_a.

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
e'	1	81,6	1,8	4,32	0,44	0,2
f'	1	105,6	0,07	9,28	2,00	0,83
g'	1	152,8	0,7	0,28	0,5	0,0
a'	1	340,8	7,65	13,6	2,5	0,0
b'	1	288,8	2,7	56,0	0,2	4,76
d'	1	0,03	0,00	0,00	0,03	0,01

C. Resultate von Schneebeli.

Intensität des Grundtones = 1.

I. Vocal o .

Tabelle V.

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
e'	1	10,8520	1,0755	0,2304	0,1235	0,0504
g'	1	26,7240	0,7344	0,1520	—	—
c''	1	27,2848	0,3816	3,5168	0,0075	1,4112
c'''	1	27,3888	0,5130	3,472	—	—
$*e''$	1	20,1382	0,0603	0,3600	—	—
e''	1	29,760	0,1841	2,734	—	—

* Ist von einer anderen Stimme gesungen.

II. Vocal u , gesungen auf den Ton c'' .

Tabelle VI.

J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
1	0,0040	0,0882	0,0016	—	—
1	0,2660	1,0450	0,0064	—	—

Aus diesen Resultaten geht hervor:

- Der Hauptcharakter des u ist gegeben durch die Verstärkung eines einzigen Obertones. Dieser Oberton, in der weit überwiegenden Mehrzahl der vorliegenden Fälle der erste, tritt am meisten hervor in der ungestrichenen Octave, also in der Tonlage, in welcher Männer gewöhnlich zu sprechen pflegen, und verschwindet fast ganz, wenn u oberhalb einer ge-

wissen Tonhöhe, die jedoch, wie aus den Tabellen III^a und IV^a zu ersehen, nicht für alle Stimmen dieselbe ist, gesungen wird. Vergleicht man die Tonhöhe, bei welcher dieser Wechsel in der Verstärkung des Obertones eintritt, mit der Höhe, bei welcher wir einen Wechsel im Klang unserer Stimme bemerken, so findet man, dass dieselben genau zusammenfallen. Der Klang unserer Stimme ist oberhalb dieser kritischen Höhe viel zarter und weicher, aber auch weniger kräftig, als unterhalb derselben, und können wir deshalb diese Resultate als Beweis für die v. Helmholtz'sche Angabe betrachten, wonach rauhe, schmetternde Töne hauptsächlich durch stark hervortretende Obertöne verursacht werden, während zarte, weiche Töne sich dadurch auszeichnen, dass bei ihnen die Obertöne nur sehr schwach auftreten.

Während wir nach der Höhe den Oberton fast ganz schwunden sehen, finden wir in tiefen Tonlagen ausser dem ersten auch noch den zweiten Oberton verstärkt. Dieses Resultat stimmt insofern sehr gut mit der Grassmann'schen Theorie überein, als beim Singen in tiefen Tonlagen dieser Vocal erfahrungsgemäss immer etwas zum *o*-Charakter hinneigt.

2. Beim *ü* finden wir (s. Tabelle I) den charakteristischen Oberton mehr verstärkt als bei *u*, wenn beide Vocale von derselben Stimme in derselben Höhe gesungen werden.

Die für diesen Vocal erhaltenen Resultate beweisen die Grassmann'schen Angaben deswegen sehr gut, weil es nicht in allen Fällen derselbe Oberton ist, der als charakteristischer hervortritt, sondern weil in allen drei angeführten Resultaten jedesmal ein anderer verstärkt auftritt. Dieselbe Beobachtung machen wir übereinstimmend mit Grassmann 3. bei den Resultaten für den Vocal *i*. Außerdem bemerken wir bei diesem Vocal, dass bei ihm besonders die hohen Obertöne auftreten, während dieselben bei *u* gar nicht vorhanden sind.

4. Besonders geeignet, die Richtigkeit der Grassmann'schen Theorie nachzuweisen, sind die zahlreich für den Vocal *o* vorliegenden Resultate. Vergleichen wir zunächst die in Tabelle II^a verzeichneten mit derselben, so finden wir z. B., wenn *o* auf die Töne *B* oder *e* gesungen wurde, übereinstimmend mit der Grassmann'schen Theorie drei, resp. zwei Obertöne ver-

stärkt auftreten, während bei *u*, wenn es auf dieselben Töne gesungen wurde, nur zwei, resp. ein Oberton verstärkt erscheint. Der Hauptunterschied dieser beiden Vocale besteht also wirklich, wie zu erwarten war, in der verschiedenen Anzahl der verstärkten Obertöne. Ich hebe gerade diese beiden Beispiele besonders hervor (dieselbe Beobachtung machen wir auch bei allen anderen Resultaten) weil sie mir am geeignetsten erscheinen, die Richtigkeit der Grassmann'schen Theorie gegenüber den beiden anderen Theorieen nachzuweisen.

Wäre z. B. die v. Helmholtz'sche Lehre richtig, so müsste, weil *B* Grundton zu *b'*, dem nach v. Helmholtz charakteristischen Ton des *o* ist, vorzüglich nur dieser Oberton verstärkt auftreten. Dies ist jedoch, wie wir sehen, keineswegs der Fall; vielmehr tritt der dritte Partialton *f'* in derselben Stärke auf.

Ebenso müsste in dem zweiten angeführten Beispiel der dritte Partialton *h'*, der nur um einen halben Ton von *b'* entfernt liegt und nach den Auerbach'schen sogenannten reducirten charakteristischen Tonhöhen charakteristischer Ton für *o* ist, am meisten verstärkt sein. Dies ist jedoch wieder nicht der Fall, denn nun tritt er sogar gegen den zweiten Partialton *e'* zurück. Wäre dagegen die Lehre von der relativen Tonhöhe des charakteristischen Tones richtig, so müsste es in beiden Fällen entweder der zweite oder vierte Partialton sein, der am meisten verstärkt auftritt; ausserdem müsste nach den Ausführungen Graham Bell's das Verhältniss der Intensität des Obertones zum Grundton immer dasselbe sein, was jedoch beides nicht der Fall. Im Gegenteil ersehen wir aus allen vorliegenden Resultaten, dass das Intensitätsverhältniss, sowie die Lage der verstärkten Obertöne zum Grundton nicht nur bei verschiedenen, sondern bei derselben Stimme verschieden ist, worin wir ebenfalls eine Bestätigung der Grassmann'schen Theorie erblicken dürfen. Ausserdem muss ich noch darauf aufmerksam machen, dass auch bei diesem Vocal in tiefen Tonlagen mehr Obertöne verstärkt auftreten, und dass dieselben nach der Höhe, ebenso wie bei *u*, mehr und mehr verschwinden. Dafür finden wir ebenfalls die Erklärung durch die Grassmann'sche Theorie, da, wie schon früher bemerkt, der Vocal

o in tiefen Tonlagen mehr nach *a^o*, in hohen aber mehr nach *u* hinneigt. In dem Umstande aber, dass die Obertöne in hohen Lagen mehr und mehr schwinden, können wir eine Bestätigung der von v. Helmholtz mitgetheilten Beobachtung erblicken, wonach bei Singstimmen die Vocale in den hohen Tonlagen nur schwer voneinander unterschieden werden können.

5. Während *o* in Tabelle I durch die Verstärkung zweier Obertöne charakterisiert erscheint, tritt bei *a^o* in derselben Tonhöhe noch ein dritter und vierter Oberton hinzu, sodass wir auch in diesen Resultaten Bestätigung der Grassmann'schen Theorie finden.

6. Wenn der Charakter der Vocale *u*, *o*—*a^o* schon allein durch die verschiedene Anzahl der verstärkten Obertöne unterschieden werden konnte, so unterscheidet sich *ä* von diesen Vocalen außerdem noch ganz besonders durch die Lage der verstärkten Obertöne in Bezug auf den Grundton. Während bei den erstgenannten Vocalen der erste Oberton immer zu den verstärkten gehörte, finden wir denselben, den übrigen gegenüber, jetzt fast ganz zurücktreten, dagegen die Obertöne bis zum achten und neunten hinauf besonders verstärkt, wodurch gerade der Charakter dieses Vocals bestimmt sein dürfte.

7. Einen schlagenden Beweis für die Richtigkeit der Grassmann'schen Theorie liefern die Resultate, die ich für den Vocal *ö* erhalten. Grassmann bezeichnet, wie wir oben gesehen, *ö* als in der Mitte liegend zwischen *ü* und *a*, d. h. die Obertöne des *ö* liegen halb so weit von dem charakteristischen Obertone des *ü*, also von *e''*, als von den Obertönen von *a*. In der That finden wir nun, nicht wie bei *o* den ersten, sondern erst den zweiten Oberton *e''* (den nach Grassmann untersten charakteristischen Ton für *ü*) verstärkt. Ausserdem treten die Obertöne bei diesem Vocal sehr viel schwächer auf als bei *o*; nach unseren vorhergehenden Betrachtungen das Zeichen dafür, dass dieser Vocal bei der Aussprache viel weicher klingt als *o*, was ich wirklich bei meinen Versuchen glaube beobachtet zu haben.

8. Uebereinstimmend mit dem Vocal *ö* treten auch bei *e* die Obertöne nur schwach auf, dagegen unterscheiden sich beide dadurch, dass bei *ö* die hohen Obertöne fast gar nicht in Be-

nach
one in
e Be-
chtung
hohen
önnen.
zweier
n Ton-
ass wir
schen

allein
unter-
diesen
ge der
ährend
mer zu
übrigen
bertöne
kt, wo-
dürfte.
Grass-
für den
ben ge-
l. h. die
istischen
n von a
en, son-
ssmann
usserdem
cher auf
gen das
che viel
ersuchen

uch bei e
ich beide
nt in Be-

tracht kommen, während dieselben, ähnlich wie bei ä, für diesen Vocal charakteristisch erscheinen. ä und e unterscheiden sich hauptsächlich durch die Intensität ihrer Obertöne, sodass man diese beiden Vocale auch als hartes und weiches e bezeichnen könnte.

9. Treten bei den seither genannten Vocalen die Obertöne in Bezug auf Anzahl, Lage und Intensität in der mannigfaltigsten Weise auf, so finden wir, durchaus übereinstimmend mit den Grassmann'schen Angaben, bei dem Vocal a die acht ersten Partialtöne in fast gleicher Stärke vor. Doch ist dies, meiner Meinung nach, zur Beurtheilung der Grassmann'schen Theorie gar nicht nötig. Im Gegentheil ist zu erwarten, dass, da dieser Vocal am meisten dem Dialecte unterworfen ist, bei ihm die Resultate am meisten differiren werden.

Fassen wir nun die Ergebnisse dieser Untersuchungen kurz zusammen, so ist es klar, dass es nicht ein Ton von absoluter, auch nicht von relativer Höhe ist, der den Charakter eines Vocals bestimmt, sondern dass die Vocale charakterisiert sind:

1. Durch die Anzahl,
2. durch die Intensität und
3. durch die Lage der verstärkten Obertöne in Bezug auf den Grundton.

Da aber, wie aus den Tabellen hervorgeht, das Verhältniss dieser drei charakteristischen Vocaleigenschaften zu einander nicht nur bei den verschiedenen, sondern bei demselben Vocal sehr verschieden ist, so lässt sich eine bestimmte Definition für die einzelnen Vocale auch nicht geben, sondern man muss mit Grassmann sagen: „Die Vocale können ebenso wie die Farben nur durch Vertheilung auf einer ganzen Fläche vollständig dargestellt werden.“¹⁾

1) „Nach Graham Bell ist ein Vocal ein musikalischer Complex von Theiltönen, deren Schwingungszahlen Vielfache des Grundtones der Stimme sind; die vorherrschenden Theiltöne sind immer jene, deren Tonhöhe am nächsten liegt der Resonanzhöhe der Hohlräume bei der betreffenden Mundstellung.“

Diese Ansicht Bell's kommt der Grassmann'schen Theorie sehr nahe, wenn man beachtet, dass, abgesehen von der Tonhöhe des Grund-

Zum Schlusse glaube ich noch auf einige Einwände Auerbach's, die derselbe in seiner oben erwähnten Schrift gegen die Grassmann'sche Vocaltheorie erhebt, eingehen zu müssen. Er sagt p. 511 flg.:

„Ich habe bisher von der Tonhöhe des Grundtones des Vocalklanges und ihrem Einfluss auf die Partialtöne gänzlich abgesehen, weil ich hierauf ausführlicher eingehen muss. In Bezug hierauf zerfallen nach Grassmann sämmtliche Vocale in zwei, durch eine fast unübersteigliche Kluft getrennte Klassen. Bei den Vocalen der Reihe *u*—*ü*—*i* ist der charakteristische Oberton, d. h. nach Grassmann der einzige vorhandene, durch seine absolute Höhe bestimmt und unabhängig von der Tonhöhe des Grundtones. Dagegen beim *o*—*ö*—*e* und in besonderem Grade beim *a* ist die Lage der Obertöne (hier giebt es ja nach Grassmann auch mehrere) abhängig von der Tonhöhe des Grundtones, auf welchen man den Vocal angibt. Einen derartigen diametralen Gegensatz in zwei Wirkungsgebieten derselben Organe, kann ich mich nicht entschliessen anzuerkennen.“

Diesem Ausspruch Auerbach's würde ich mich vollständig anschliessen, wenn der Widerspruch, den er in die Grassmann'sche Theorie zu legen sucht, wirklich in derselben enthalten wäre. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Wenn Grassmann, wie wir oben gesehen, sagt, die Vocale der Reihe *u*—*ü*—*i* sind charakterisiert durch das Mitklingen eines Obertones, und dieser Oberton kann für den Vocal *u* z. B. innerhalb dreier Octaven ein jeder Ton sein, so ist damit doch gewiss nicht gesagt, dass der Vocal *u* überhaupt nur einen charakteristischen Ton besitzt. Auf der anderen Seite aber versteht es sich nach dem Begriff der Obertöne von selbst, dass der jeweilige charakteristische Ton nicht unabhängig von der Tonhöhe des Grundtones sein kann; denn singe ich z. B. *u* auf den Ton *c*, so kann *c'* charakteristischer Ton für *u* sein; er kann es auch noch sein, wenn ich *u* auf *c'* singe. Singe

tones, das Intensitätsverhältniss der charakteristischen Theiltöne und so mit ihre Anzahl und Lage, fast nur von der betreffenden Mundstellung, die eine unendlich verschiedene sein kann, abhängt. (The Amer. Journ. of Othologie. 1. p. 180.)

ich dagegen *u* auf die Töne *e*, *g* etc., so kann *e* nicht mehr charakteristischer Ton sein, weil er dann nicht mehr Ober-ton sein kann. Es ist daher eine irrite Auffassung der Grassmann'schen Theorie, wenn Auerbach sagt, *u* besitzt nur einen charakteristischen Ton von absoluter Höhe. Ganz in derselben Weise, wie der charakteristische Ton des *u-ü-i*, sind auch die Obertöne des *o-ö-e* von der Tonhöhe des Grundtones abhängig. Ausserdem hängen dieselben auch noch ab von der Lage des charakteristischen Tones von *u-ü-i*; denn ändert sich der charakteristische Ton des *u-ü-i*, so müssen sich, da Grassmann, wie oben gezeigt, *o-ö-e* als in der Mitte zwischen *u* und *a* etc. liegend definiert, mit demselben auch die charakteristischen Töne dieser Vocale ändern. Einen Widerspruch kann ich also nicht entdecken. Da die übrigen Einwendungen auf demselben Irrthum beruhen, so glaube ich mich auf diese Bemerkungen beschränken zu dürfen.

VI. Ueber das Verhältniss der Weber'schen Theorie der Electrodynamik zu dem von Hertz aufgestellten Princip der Einheit der electricischen Kräfte; von Eduard Aulinger.

(Aus den Sitzungsber. vom 26. April 1885 der kais. Acad. der Wiss.
II. Abth. Aprilheft; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

In seiner Abhandlung: „Ueber die Beziehungen zwischen den Maxwell'schen electrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Electrodynamik“¹⁾ hat Hr. Hertz einen Grundsatz aufgestellt, welcher sich als äusserst fruchtbar erwies, indem er ihm gestattete, eine Gruppe von bisher gänzlich unbekannten Erscheinungen, wenn auch nicht mit voller Sicherheit vorauszusagen, so doch als wahrscheinlich zu erkennen. Er bezeichnet diesen Grundsatz als das Princip der Einheit der electricischen Kräfte, dem er natürlich ein Princip der Einheit der magnetischen

1) Hertz, Wied. Ann. 28. p. 84. 1884.

Kräfte an die Seite stellt. Er spricht diesen Grundsatz zunächst in folgenden Worten aus: „Die von Strömen ausgeübten magnetischen Kräfte sind in allen ihren Wirkungen gleichwertig mit gleich grossen und gleichgerichteten Kräften, die von Magnetpolen ausfliessen.“ In Bezug auf die Inductionserscheinungen kommt hierzu noch der Satz: „Dienigen electricischen Kräfte, welche aus Inductionswirkungen entspringen, sind nach jeder Richtung gleichbedeutend mit gleichen und gleichgerichteten Kräften electrostatischer Quelle.“

Ich habe mir in der gegenwärtigen Abhandlung die Aufgabe gestellt, die Beziehungen des Hertz'schen Princips zur Weber'schen Theorie der Electrodynamik zu untersuchen. Bevor ich jedoch an diese Aufgabe gehe, muss ich einer Unklarheit in der Hertz'schen Fassung seines Princips erwähnen, auf welche mich Hr. Prof. Boltzmann im Gespräch aufmerksam machte. Der erste oben citirte auf die electromagnetischen Wirkungen Bezug habende Theil des Princips dürfte wohl kaum ganz streng sein; denn wird die Identität von allen Kräften behauptet, so ist er nicht richtig, da bei den Kräften, welche von electricischen Strömen ausgehen, zu den magnetischen Wirkungen auch noch die der electrostatischen Ladung der Leitungsdrähte hinzukommen, welche bei den von Magneten selbst ausgehenden Kräften fehlen. Es kann also die Identität bloss von den magnetischen Kräften behauptet werden. Diese können aber nicht als solche definiert werden, welche auf Magnetpole allein wirken, sondern vielmehr als solche, welche entweder auf Magnetpole oder auf geschlossene electriche Ströme von konstanter Geschwindigkeit wirken. Etwas Aehnliches gilt natürlich von dem auf die Inductionswirkungen Bezug habenden Theil des Hertz'schen Princips.

Ich will es hier ganz unentschieden lassen, ob die Hertz'sche Fassung seines Principes durch passende Ergänzungen vollkommen einwurfsfrei gemacht werden könnte, glaube aber, dass es die grosse Wichtigkeit dieses Principes entschuldigen wird, wenn ich hier eine veränderte Form des selben anführe, welche mir ebenfalls von Hrn. Professor

Boltzmann gesprächsweise mitgetheilt wurde, und welche, wie es scheint, sehr klar und frei von jedem circulus vitiosus ist. Ob hiermit der Grundgedanke, von welchem Hr. Hertz ausging, getroffen ist oder nicht, muss natürlich ebenfalls unentschieden bleiben, und mein Zweck ist jedenfalls erreicht, wenn die nachfolgenden Ausführungen zur Klarstellung dieser von Hrn. Hertz in die Electrodynamik ganz neu eingeführten Betrachtungsweise ein Weniges beitragen.

Die in Rede stehende Fassung des Hertz'schen Principes lautet folgendermassen: „Wenn in einem endlichen oder unendlichen Raume (electromagnetischem Felde) an jedem Punkte Grösse und Richtung der electrostatischen Kraft (d. h. der Kraft, welche auf eine im betreffenden Punkte ruhend gedachte Electricitätsmenge Eins¹⁾ wirkt) und Grösse und Richtung der magnetischen Kraft (d. h. der Kraft, welche auf einen daselbst als ruhend und unveränderlich gedachten Nordpol Eins wirkt) gegeben sind, so sind damit sämmtliche magnetischen und electrischen Kräfte, welche im ganzen Felde auf bewegte und veränderliche Electricitäten und Magnetismen wirken, vollständig und eindeutig bestimmt, gleichgültig, welchen Ursprungen die magnetischen und electrischen Kräfte sind.“

Adoptiren wir von vornherein die Ampère'sche Anschauung über das Wesen des Magnetismus, sodass der Magnetismus blos als die Wirkung molecularer electrischer Ströme aufgefasst wird, so sind die magnetischen Kräfte bestimmt, sobald die Kräfte gegeben sind, welche auf geschlossene electrische Ströme von constanter Intensität wirken. Wir können also unser Principe auch in folgender Weise aussprechen: „Die in einem electrischen Felde wirksamen electrischen Kräfte sind vollständig und eindeutig bestimmt, sobald wir in jedem Punkte des Feldes die Kräfte kennen, welche auf eine daselbst ruhende und auf eine mit constanter Geschwindigkeit bewegte Electricitätsmenge wirken.“ Es

1) Dieselbe, sowie der später erwähnte Nordpol Eins dürfen natürlich die Vertheilung der Electrisirung und Magnetisirung im Felde nicht stören.

mögen diese electrischen Kräfte was immer für einen Ursprung haben, sobald sie in diesen beiden Fällen dieselbe Wirkung ausüben, üben sie in allen anderen Fällen, namentlich auch auf Electricitätsmengen, welche sich mit veränderlicher Geschwindigkeit bewegen, dieselbe Wirkung aus.¹⁾

Wir sehen sofort, wie aus diesem Principe alle Schlüsse des Hrn. Hertz mit voller Klarheit folgen. Wir haben einen Raum *A*, in welchem sich eine magnetische Doppelschicht befindet, wobei der unendlich kleine Raum zwischen den beiden Belegungen als vom Raume *A* ausgeschlossen betrachtet wird. Aus den blossen Gesetzen der Wechselwirkung zwischen Magnetpolen und electrischen Strömen folgt, dass ein in diesem Raume befindlicher electrischer Strom auf die Doppelschicht gewisse Kräfte ausüben würde, und daher aus dem Principe der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, dass auch umgekehrt die Doppelschicht auf jeden im Raume *A* befindlichen electrischen Strom ebenfalls gewisse Kräfte ausübt. Nun denken wir uns einen zweiten Raum *B*, in welchem ein electrischer Strom von passender Intensität fliesst, dessen Bahn congruent der Begrenzung der Doppelschicht ist. Um die Verhältnisse in beiden Räumen absolut gleich zu machen, denken wir uns entweder die Peripherie der Doppelschicht isolirend und genau mit derselben statischen Electricität geladen, die den Strom im Raume *B* treibt, oder wir denken uns den Strom in bekannter Weise durch ein unendlich feines Stromnetz ersetzt, welches schon durch eine verschwindend kleine electrostatische Ladung getrieben werden kann. Die beiden Räume *A* und *B* sind dann so beschaffen, dass die electrostatischen und magnetischen Kräfte in ihnen vollkommen gleich sind; da wir nun sahen, dass im Raume *A* auf alle electrischen Ströme Kräfte wirken müssen, so folgt aus unserem Principe, dass dies auch im Raume *B* der Fall

1) Noch einfacher verhält sich in dieser Beziehung das Gravitationsgesetz. Da ist die Natur eines Raumes bereits vollständig bestimmt, wenn man in jedem Punkte die auf eine ruhende Masse Eins einwirkende Kraft nach Grösse und Richtung kennt. Dadurch ist bereits die Kraft bestimmt, welche auf eine mit konstanter Geschwindigkeit bewegte Masse wirkt, was für electrische Kräfte nicht gilt.

sein muss; d. h., dass der im Raume *B* befindliche electrische Strom auf alle anderen daselbst befindlichen Ströme Kräfte ausüben muss; mit anderen Worten: Aus dem Gesetze der Wechselwirkung von Strömen und Magneten folgt mittelst unseres Principes die Wechselwirkung von Strömen untereinander. Natürlich habe ich hier längst Bekanntes gesagt und lege nur Werth auf die vollkommen scharfe Fassung der Prämissen.

Mit nicht geringerer Schärfe lässt sich aus unserem Principe die Schlussfolgerung Hertz' über die Wechselwirkung erlöschender Ringmagnete ableiten. In einem Raume *A* befindet sich eine electrische Doppelschicht. Aus den blossen Gesetzen der Induction folgt, dass, wenn etwa in diesem Raume noch außerdem ein erlöschender Ringmagnet vorhanden wäre, er auf die Doppelschicht gewisse Kräfte ausüben würde, und aus dem Principe der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung folgt ferner, dass auch die electrische Doppelschicht auf den Ringmagnet gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kräfte ausüben müsse. In einem zweiten Raume *B* befindet sich ein erlöschender, unendlich dünner Ringmagnet von passender Erlösungsgeschwindigkeit, dessen Mittellinie congruent mit der Begrenzung der im Raume *A* befindlichen electrischen Doppelschicht ist. Aus den allgemein anerkannten Gesetzen der Electrodynamik und der Induction folgt, dass in beiden Räumen die electrostatischen Kräfte genau gleich, die magnetischen aber gleich Null sind. Daher folgt aus unserem Principe, dass überhaupt alle electrischen und magnetischen Kräfte in beiden Räumen gleich sein müssen. Nun sahen wir aber, dass im Raume *A* auf erlöschende Ringmagnete Kräfte wirken; aus unserem Principe folgt daher mit Nothwendigkeit, dass dies auch im Raume *B* der Fall sein muss; d. h., dass erlöschende Ringmagnete auf andere erlöschende Ringmagnete Kräfte ausüben müssen.

Man sieht, dass sich aus dem hier aufgestellten Principe die Schlussfolgerungen Hertz' mit voller Nothwendigkeit ergeben müssen. Freilich klingt das Princip in dieser Fassung keineswegs so selbstverständlich, wie in der Hertz'-

schen Fassung. Da die electrischen Kräfte nicht wie das Newton'sche Gravitationsgesetz blos von der relativen Lage der Theilchen, sondern auch von deren Geschwindigkeit, also den Differentialquotienten ihrer Coordinaten nach der Zeit abhängen, so erscheint es als nicht ganz selbstverständlich, dass die Kräfte durch die Coordinaten sämmtlicher Theilchen und deren erste Differentialquotienten vollständig bestimmt sein müssen, dass nicht auch zum Beispiele noch die zweiten Differentialquotienten der Coordinaten nach der Zeit von Einfluss auf die Kräfte sind. Weit mehr von vornherein evident klingt das Hertz'sche Princip von der Einheit der electrischen Kräfte, allein es erscheint zweifelhaft, ob demselben eine allgemeinere Fassung gegeben werden könne, in welcher es evidenter ist, als unser aufgestelltes Princip, und doch mit derselben Strenge zu den Hertz'schen Folgerungen führt.

In der bisherigen Fassung scheint mir Hr. Hertz unsere Annahme doch auch implicit zu machen; denn er behauptet auf p. 87: „Röhren insbesondere die electrischen Kräfte, welche auf den Ringmagnet wirken, gar nicht von electrischen Massen, sondern von einem zweiten erlöschenden Ringmagnet her, so ist ihre Vertheilung dieselbe, als rührten sie von einer electrischen Doppelschicht her; nach unserer Annahme von der Einheit der electrischen Kraft findet daher auch zwischen den beiden erlöschenden Ringmagneten Wechselwirkung statt, etc.“ Nun lehrt aber die Erfahrung blos, dass erlöschende Ringmagnete und electrische Doppelschichten auf ruhende und mit constanter Geschwindigkeit bewegte electrische Massen dieselben Kräfte ausüben; dass sie auch auf rasch veränderliche Ströme, also insbesondere auf andere erlöschende Ringmagnete nach allen Richtungen dieselben Kräfte ausüben müssen, kann, wie mir scheint, nur erschlossen werden, wenn man annimmt, dass die zweiten Differentialquotienten der Coordinaten der electrischen Theilchen auf die zwischen ihnen wirkenden Kräfte ohne Einfluss sind. Der blossen Einheit der electrischen Kräfte würde es meines Erachtens nicht widersprechen, wenn eine electrische Doppelschicht zwar auf ruhende und mit constanter

Geschwindigkeit bewegte electriche Massen ebenso wie ein mit constanter Geschwindigkeit erlöschender Ringmagnet auf mit veränderlicher Geschwindigkeit bewegte electriche Massen, also speciell auf andere erlöschende Ringmagnete anders wirken würde, wie es in der That Weber's Theorie ergibt.

Ein Gleiches gilt natürlich von dem, was Hr. Hertz auf p. 94 nach Formel (3) sagt; denn um das Potential zweier erlöschender Ringmagnete auf einander aus den Hertz'schen Kräften 3) abzuleiten, muss man wieder aus der That-sache, dass electriche Doppelschichten auf ruhende und mit constanter Geschwindigkeit bewegte electriche Massen dieselben Kräfte ausüben, wie mit constanter Geschwindigkeit erlöschende Ringmagnete, den Schluss ziehen, dass sie auf veränderliche Ströme dieselben Kräfte ausüben. Das insbesondere aus der Einheit der electrichen Kräfte allein die Hertz'schen Folgerungen noch nicht abgeleitet werden könnten, scheint besonders dadurch erwiesen zu sein, dass das Weber'sche Gesetz nicht zu denselben führt, während es doch kein Gesetz geben kann, welches die volle Einheit der electrichen und magnetischen Kräfte so sehr wahrt, wie das Weber'sche Gesetz, was Hr. Hertz selbst bemerkt. Das Weber'sche Gesetz steht also auch mit jedem Principe in Widerspruch, aus welchem sich folgerichtig die Schlüsse Hertz' ergeben, und in der That steht es mit dem hier ausgesprochenen Principe in Widerspruch, da ja nach Weber die electrichen Kräfte auch von den zweiten Differentialquotienten der Coordinaten der electrichen Massen nach der Zeit abhängen. Dagegen muss das Maxwell'sche Gesetz zu allen Folgerungen Hertz' führen, da es den Gesammtzustand des Feldes und daher auch alle darin auftretenden Kräfte als nur abhängig von den Positionen und Geschwindigkeiten der daselbst befindlichen electrichen Massen annimmt. Hr. Hertz sagt: „Die Behauptung, dass diese Kräfte specielle Fälle einer allgemeineren Kraftäusserung sind, würde Sinn und Bedeutung verlieren, wollte man zulassen, dass sich dieselben anders als durch Grösse und Richtung, dass sie sich auch noch durch Wesen und Wir-

kungsweise voneinander unterscheiden könnten.“ Es scheint hiernach fast, als ob er glauben würde, dass auch das Weber’sche Gesetz, das sicher keinen Unterschied der electrischen Kräfte nach Wesen und Wirkungsweise kennt, mit seinem Principe der Einheit der electrischen Wirkung im Einklange stünde. Es müsste dann auch die Weber’sche Theorie die von Hertz erschlossenen Kräfte zwischen erlöschenden Ringmagneten liefern, und daher erschien es mir wichtig, zu prüfen, erstens in welchem Verhältnisse die Weber’sche Theorie zu dem hier aufgestellten Principe steht, und zweitens, was aus ihr über die Wechselwirkung zweier erlöschender Ringmagnete folgt.

Was den ersten Punkt betrifft, so genügt es vollkommen, in einem möglichst einfachen speciellen Beispiele nachzu-

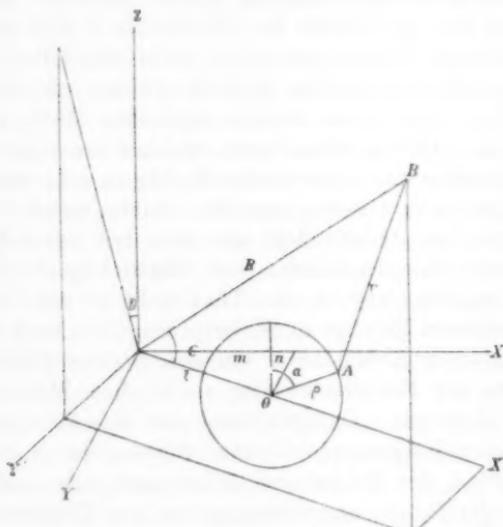


Fig. 1.

weisen, dass die Weber’sche Theorie in der That diesem Principe widerspricht.

Es sei (Fig. 1) B ein Punkt der Oberfläche einer Kugel mit dem Radius R ; x, y, z dessen Coordinaten, deren Ur-

sprung im Kugelmittelpunkte liegt; $d\sigma$ sei ein Oberflächen-element der Kugel und e' die Menge der positiven Electricität auf der Flächeneinheit; im Inneren der Kugel befindet sich ein Kreis vom Radius ϱ ; man kann dann das Coordinaten-system immer so wählen, dass der Kreismittelpunkt in die $X Y$ -Ebene und die Kreisebene parallel zur XZ -Ebene zu liegen kommt; es seien ferner ξ, η, ζ die Coordinaten eines Punktes A der Peripherie des Kreises, ds ein Längenelement derselben und e die Menge der positiven Electricität auf der Längeneinheit. Es sind dann die nach dem Weber'schen Gesetze zwischen den Elementen im Abstande r wirkenden Kraftcomponenten:

$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} p_x = ee'.ds.d\sigma \frac{x-\xi}{r^3} \left[1 + \frac{a^2}{16} \left\{ 2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right\} \right], \\ p_y = ee'.ds.d\sigma \frac{y-\eta}{r^3} \left[1 + \frac{a^2}{16} \left\{ 2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right\} \right], \\ p_z = ee'.ds.d\sigma \frac{z-\zeta}{r^3} \left[1 + \frac{a^2}{16} \left\{ 2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right\} \right]. \end{array} \right.$$

Nennen wir den Winkel, den der Radius $\varrho = OA$ mit einer etwa der Z -Richtung parallelen Anfangslage einschließt, α , die Coordinaten des Kreismittelpunktes m und n , so ist:

$$\xi = m + \varrho \sin \alpha; \quad \eta = n; \quad \zeta = \varrho \cos \alpha.$$

Behufs der auszuführenden Integration über die Kugel wollen wir die Coordinaten des Punktes B durch andere ausdrücken, wobei die neue Axe X' die Mittelpunkte der Kugel und des Kreises verbindet. Es sei dann Winkel C die Poldistanz und Winkel D die Länge von der Z -Axe an gezählt, X' die Polaraxe der Kugel; dann erhalten wir:

$$x' = R \cos C; \quad y' = R \sin C \sin D; \quad z = R \sin C \cos D$$

$$\text{oder: } x = R \frac{m}{l} \cos C - R \frac{n}{l} \sin C \sin D,$$

$$y = R \frac{n}{l} \cos C + R \frac{m}{l} \sin C \sin D,$$

$$z = R \sin C \cos D,$$

wobei $l = \sqrt{m^2 + n^2}$ ist.

Führen wir diese Werthe in:

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2$$

ein, so bekommen wir, da:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

$$\text{und: } \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = m^2 + n^2 + \varrho^2 + 2m\varrho \sin \alpha$$

ist, für r^2 folgenden Werth:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} r^2 = R^2 - 2R \left\{ l \cos C + \frac{m\varrho}{l} \sin \alpha \cos C - \frac{n\varrho}{l} \sin \alpha \sin C \sin D \right. \\ \left. + \varrho \cos \alpha \sin C \cos D \right\} + (l^2 + \varrho^2 + 2m\varrho \sin \alpha), \end{array} \right.$$

woraus folgt:

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{R^3} \left[1 - \frac{2}{R} \left\{ l \cos C + \frac{m\varrho}{l} \sin \alpha \cos C - \frac{n\varrho}{l} \sin \alpha \sin C \sin D \right. \right. \\ \left. \left. + \varrho \cos \alpha \sin C \cos D \right\} + \frac{l^2 + \varrho^2 + 2m\varrho \sin \alpha}{R^2} \right]^{-\frac{3}{2}}.$$

Diesen Ausdruck entwickeln wir nach dem binomischen Satze in eine Reihe, wobei wir in der Summe Glieder höherer Ordnung als der zweiten der Grössen m , n , l und ϱ gegenüber solchen von R vernachlässigen; wir erhalten somit:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r^3} = \frac{1}{R^3} \left[1 + \frac{3}{R} \left\{ l \cos C + \frac{m\varrho}{l} \sin \alpha \cos C - \frac{n\varrho}{l} \sin \alpha \sin C \sin D \right. \right. \\ \left. \left. + \varrho \cos \alpha \sin C \cos D \right\} - \frac{3}{2R^2} (l^2 + \varrho^2 + 2m\varrho \sin \alpha) \right. \\ \left. + \frac{15}{2R^2} \left\{ l^2 \cos^2 C + \frac{m^2 \varrho^2}{l^2} \sin^2 \alpha \cos^2 C + \frac{n^2 \varrho^2}{l^2} \sin^2 \alpha \sin^2 C \sin^2 D \right. \right. \\ \left. \left. + \varrho^2 \cos^2 \alpha \sin^2 C \cos^2 D + 2m\varrho \sin \alpha \cos^2 C \right. \right. \\ \left. \left. - 2n\varrho \sin \alpha \cos C \sin C \sin D + 2l\varrho \cos \alpha \cos C \sin C \cos D \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2mn\varrho^2}{l^2} \sin^2 \alpha \cos C \sin C \sin D + \frac{2m\varrho^2}{l} \cos \alpha \sin \alpha \cos C \sin C \cos D \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2n\varrho^2}{l} \cos \alpha \sin \alpha \sin^2 C \cos D \sin D \right\} \right]. \end{array} \right.$$

Der Einfachheit halber nehmen wir nun an, es sei die Kugel statisch etwa positiv geladen, es sei also α die einzige Veränderliche nach der Zeit, sobald Electricität im Kreise fliesst. Dann haben wir unter Berücksichtigung von (2):

$$(4) \left\{ 2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = 2\rho \left\{ -\frac{Rm}{l} \cos \alpha \cos C + \frac{Rn}{l} \cos \alpha \sin C \sin D \right. \right. \\ \left. \left. + R \sin \alpha \sin C \cos D + m \cos \alpha \right\} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + M \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2, \right.$$

wobei auf den Coefficienten von $(d\alpha/dt)^2$ bei Annahme eines positiven und eines negativen Stromes im Kreise keine weitere Rücksicht zu nehmen ist; überhaupt sind für uns nur Glieder mit $d^2\alpha/dt^2$ von Belang.

Es wären hierauf die Ausdrücke (3) und (4) und die vorher gefundenen Werthe der Coordinate in (1) zu substituiren, und nachdem $d\sigma = R^2 \sin C dC dD$ gesetzt wurde, in Bezug auf D von 0 bis 2π und in Bezug auf C von 0 bis π zu integriren. Die diesbezügliche Rechnung ist etwas weitläufig, sodass ich mich begnügen muss, die ermittelten Resultate mitzutheilen. Ich habe als Componenten der Wirkung der ganzen Kugel auf das Längenelement des Kreises $ds = \rho d\alpha$ folgende Werthe gefunden:

$$P_x = -\frac{ee' R \rho^3 a^2 \pi}{6} \cos \alpha d\alpha \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2}; \quad P_y = 0; \\ P_z = \frac{ee' R \rho^3 a^2 \pi}{6} \sin \alpha d\alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2}.$$

Man sieht sofort, dass eine Integration über den Kreis in Bezug auf α von 0 bis 2π keinerlei Translationswerthe ergibt. Dagegen erhalten wir ein Drehmoment für die Y -Richtung, und zwar, wenn wir nun auch negative Electricität $-e$ mit $-d^2\alpha/dt^2$ im Kreise fliessen lassen:

$$D_y = -\frac{3ee' R \rho^3 a^2 \pi^2}{d^2 t^2} \frac{d^2 \alpha}{dt^2}.$$

Wie nun auch immer die Lage des Kreisstromes innerhalb der Kugel sei, jedenfalls wird dieses gefundene Drehmoment dadurch, dass wir erst höhere Potenzen von m , n , l und ρ gegen solche von R vernachlässigen, nur modifizirt werden. Für ein Solenoid wäre statt des Längenelementes ein sich auch nach der Y -Richtung erstreckendes Element zu nehmen und die diesbezügliche Integration durchzuführen.

Berücksichtigen wir ferner, dass:

$$2e\rho \frac{d\alpha}{dt} = i_{(\text{mech.})}$$

die Stromstärke im mechanischen Maasse gemessen bedeutet, sodass:

$$2e\varrho \frac{d^2a}{dt^2} = \frac{di_{(\text{mech.})}}{dt}$$

ist, und bezeichnen wir mit $E_{(\text{mech.})}$ die auf der ganzen Kugel vertheilte Electricitätsmenge ebenfalls im mechanischen Maasse, wobei also:

$$e' = \frac{E_{(\text{mech.})}}{4R^2\pi}$$

ist, so wird: $D_y = -\frac{a^2}{12} \cdot \frac{\varrho^2\pi}{R} E_{(\text{mech.})} \cdot \frac{di_{(\text{mech.})}}{dt}$.

Nun ist die Constante a des Weber'schen Gesetzes gegeben durch:

$$\frac{4}{a} = v\sqrt{2}, \text{ wobei } v = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ cm}}{\text{sec}}$$

das Verhältniss der electrostatischen und electromagnetischen Stromeinheit ist, nämlich $v \cdot i_{(\text{magn.})} = i_{(\text{mech.})}$, $vE_{\text{magn.}} = E_{\text{mech.}}$; es ist also $a^2/6 = 4/3v^2$ und:

$$D_y = -\frac{2\pi\varrho^2}{3v^2R} E_{\text{mech.}} \frac{di_{\text{mech.}}}{dt} = -\frac{2\pi\varrho^2}{3R} E_{\text{magn.}} \frac{di_{\text{magn.}}}{dt}.$$

Bezeichnet man mit $K_{\text{magn.}}$ das Potential oder die electromotorische Kraft im Inneren der Kugel in magnetischem Maasse gemessen, so ist $E_{\text{magn.}} = RK_{\text{magn.}}/v^2$, da die Capacität der Kugel im electrostatischen Maasse R , daher im electromagnetischen R/v^2 ist. Es folgt also:

$$D_y = -\frac{2\pi\varrho^2}{3v^2} K_{\text{magn.}} \frac{di_{\text{magn.}}}{dt}.$$

Nehmen wir nun wieder unsere Räume A und B her, so ist in denselben, wenn etwa A an seiner Oberfläche positiv geladen ist, und B vollständig neutral angenommen wird, die statische Wirkung oder die Wirkung auf ruhende Electricität in beiden Null, wogegen in A auf einen veränderlichen Strom ein Drehmoment ausgeübt wird; offenbar sind daher die Hertz'sche Theorie und das Weber'sche Gesetz im Widerspruche. Eine experimentelle Prüfung der obigen Formel dürfte ein experimentum crucis für die Weber'sche Theorie liefern.

Was nun das Verhalten zweier Ringmagnete anlangt, so wollen wir zunächst zwei Kreisströme betrachten, die beliebig im Raume liegen. Es wird in zwei Kreisen immer ein Durchmesserpaar zu finden sein, das parallel ist. Wählen wir den Mittelpunkt des einen Kreises O zum Coordinatenursprung, die Richtung der besagten parallelen Durchmesser zur Z -Richtung, und drehen dann das System um die Z -Axe so, dass die Ebene des zweiten Kreises O' in eine zur XZ -Ebene parallele Ebene zu liegen kommt; es wird dann die Ebene des ersten Kreises mit der XZ -Ebene einen Winkel ε einschliessen. Es seien ϱ und ϱ_1 die Radien der Kreise, A und B Punkte der Peripherien mit den respectiven Coordinaten ξ, η, ζ und x, y, z ; ferner m, n und q die Coordinaten des Kreismittelpunktes O' ; endlich M und N die Winkel, welche die Radien OA und $O'B$ mit ihren respectiven Anfangslagen, die der XY -Ebene und einer zu dieser parallelen in O' entsprechen mögen, bilden. Sind dann ds und ds' die im Abstande r befindlichen Längenelemente in A und B , und e und e' die entsprechenden Electricitätsmengen auf der Längeneinheit, so sind nach Einführung von ds' statt $d\sigma$ die vorhin in 1) aufgestellten Formeln für die Wirkung der Elemente beizubehalten. Dabei sind:

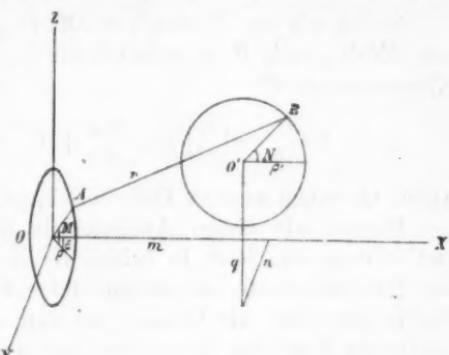


Fig. 2.

$\xi = \varrho \cos \varepsilon \cos M; \quad \eta = \varrho \sin \varepsilon \cos M; \quad \zeta = \varrho \sin M;$
 $x = m + \varrho_1 \cos N; \quad y = n; \quad z = q + \varrho_1 \sin N,$

und es ist daher, wenn man $m^2 + n^2 + q^2 = \overline{O'}$ setzt:
 $r^2 = R^2 + \varrho^2 + \varrho_1^2 - 2m\varrho \cos \varepsilon \cos M - 2n\varrho \sin \varepsilon \cos M - 2q\varrho \sin M$
 $+ 2m\varrho_1 \cos N + 2q\varrho_1 \sin N - 2\varrho\varrho_1 \cos \varepsilon \cos M \cos N - 2\varrho\varrho_1 \sin M \sin N.$

Daraus folgt:

$$2r \frac{dr}{dt} = 2\varrho \left\{ m \cos \varepsilon \sin M + n \sin \varepsilon \sin M - q \cos M - \varrho_1 \cos M \sin N \right. \\ \left. + \varrho_1 \cos \varepsilon \sin M \cos N \right\} \frac{dM}{dt} \\ + 2\varrho_1 \left\{ q \cos N - m \sin N - \varrho \sin M \cos N + \varrho \cos \varepsilon \cos M \sin N \right\} \frac{dN}{dt}.$$

Setzen wir den Factor von dM/dt gleich A , ebenso den von dN/dt gleich B , so erhalten wir für den in 1) stehenden Klammerausdruck:

$$2r \frac{d^2 r}{dt^2} - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = A \frac{d^2 M}{dt^2} + B \frac{d^2 N}{dt^2} + Q,$$

wobei Q keinen zweiten Differentialquotienten enthält.

Führen wir diesen Ausdruck in die Formeln (1) ein, und nehmen wir jetzt in beiden Kreisen Ströme nach beiden Richtungen mit entgegengesetzten Electricitäten an, so finden wir, dass die Glieder mit den zweiten Differentialquotienten wegfallen. Dieselben werden also auch weder für die Kreisströme, noch für Solenoide oder Ringmagnete, als deren Elemente die Kreisströme fungiren, eine Rolle spielen. Es machen sich also Änderungen der Intensität, also auch das Verlöschen zweier Ringmagnete untereinander nicht fühlbar, und der Widerspruch zwischen der Weber'schen und der Hertz'schen Theorie tritt auch hier zu Tage.

Um nicht missverstanden zu werden, bemerke ich noch, dass ich keineswegs etwa eine Vertheidigung der Weber'schen Theorie im Sinne hatte, sondern dass mir im Gegenteil die von Hertz aus seiner Annahme erschlossenen Folgerungen die grösste Wahrscheinlichkeit zu haben scheinen.

Zum Schlusse fühle ich mich verpflichtet, Hrn. Regierungsrath Prof. Dr. Boltzmann für seine Anregung zu dieser Arbeit und für die mir vielfach gewährte Anleitung und Unterstützung meinen tiefstgefühlten Dank auszusprechen.

K
m
er
K
ti
A
de
od
ab
op
su
di
zw
br
die
su
re
to
zu
ne

be
ma
de
zei
sag

Dr.

VII. Ueber das Verhalten des Bergkristalls
im magnetischen Felde¹⁾; von O. Tumirz.

(Aus dem 91. Bde. der Sitzungsber. der kais. Acad. der Wiss. II. Abth.
5. Juni 1885; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

I. Plücker untersuchte zuerst (1847) krystallinische Körper im magnetischen Felde und suchte sich anfangs das merkwürdige Verhalten derselben durch die Annahme zu erklären, dass zu den magnetischen und diamagnetischen Kräften neue hinzutreten, welche sich bei den optisch negativen Krystallen in Form einer Abstossung der optischen Axe, bei den optisch positiven dagegen als eine Anziehung derselben darstellen, Kräfte, welche von der magnetischen oder diamagnetischen Beschaffenheit der Substanz völlig unabhängig sind. Auch den Bergkrystall, welcher bekanntlich optisch positiv ist, zog er in den Bereich seiner Untersuchung, fand aber bei seinen ersten Versuchen²⁾, dass er, diamagnetisch wie der Doppelspath, geradeso wie dieser, zwischen die Polspitzen eines kräftigen Electromagnets gebracht, die Abstossung der Axenrichtung zeigt, nur war diese Abstossung weniger stark. Bei einem späteren Versuche³⁾ beobachtete Plücker das gerade Gegentheil; während die Axe sich früher, bei den ersten Versuchen, äquatorial einzustellen suchte, strebte sie jetzt der axialen Lage zu, ganz in Uebereinstimmung mit dem oben ausgesprochenen Gesetze.

Dieses so widersprechende Verhalten veranlasste Plücker bei Gelegenheit späterer Versuche⁴⁾, den Bergkrystall nochmals sorgfältig zu untersuchen, und nun fand er ein von dem früheren ganz verschiedenes Resultat: der Bergkrystall zeigte nämlich gar keine Wirkung. „Reiner Bergkrystall“, sagt Plücker an jener Stelle, „zeigt selbst bei Anwendung

1) Die Anregung zu diesen Untersuchungen verdanke ich Hrn. Prof. Dr. Mach.

2) Plücker, Pogg. Ann. 72. p. 315. 1847.

3) Plücker, Pogg. Ann. 78. p. 428. 1849.

4) Plücker, Pogg. Ann. 81. p. 136. 1850.

von 10. Grove'schen Elementen keine Wirkung. Er ist positiv. Da ich früher beim Quarz eine schwache Axenwirkung gesehen zu haben glaubte, und zwar anfangs eine Abstossung, später eine Anziehung, ist es vielleicht nicht unangemessen, die Fehlerquelle hier anzugeben.“ Als Fehlerquelle gibt Plücker Eisentheilchen an, welche bei der Bearbeitung der Krystalle mit einem Hammer an den Rändern haften geblieben sein sollen.

Fast gleichzeitig untersuchten auch die Herren Knoblauch und Tyndall¹⁾ den Bergkrystall und sprachen sich darüber folgendermassen aus: „Bei der schwachen Wirkung welche überhaupt beim Bergkrystall vorhanden ist und geringen Nebenumständen leicht einen überwiegenden Einfluss gestattet, haben auch wir anfangs bei einer grösseren Anzahl von Exemplaren die widersprechendsten Resultate erhalten. Als aber die Reinheit und Aufhängung der Krystalle mit der äussersten Vorsicht und Sorgfalt ausgeführt wurde, ergab sich bei zehn ein übereinstimmendes Verhalten, nämlich das Bestreben, sich mit der Axe von den Polen abzuwenden. Dabei war ihre Dimension längs der Axe absichtlich verkürzt worden, sodass die äussere Form der Krystalle, bei der diamagnetischen Eigenschaft ihrer Substanz, jene Wirkung nicht hervorgebracht haben konnte.“

II. Ich verwendete zwei senkrecht zur optischen Axe geschnittene Bergkrystallplatten, eine rechtsdrehende und eine linksdrehende, von 4 mm Dicke. Die Länge der Nebenachsen betrug im Mittel ungefähr 25 mm. Im Nörremberg'schen Polarisationsapparat mit parallelem Licht untersucht, zeigte die rechtsdrehende Platte am Rande kleine Verwachsungen, doch war das von denselben eingenommene Volumen gegen das Volumen der reinen, unverwachsenen Partie ungemein klein. Bei der linksdrehenden Platte erschienen am Rande zwei Spuren von Schlieren, welche sich aber nicht durch andere Färbung hervorhoben. Das Volumen dieser war im Verhältniss zum Volumen der reinen Partie geradezu verschwindend klein.

1) Knoblauch u. Tyndall, Pogg. Ann. 81. p. 481. 1850.

Beide Platten reinigte ich mechanisch und mit Alkohol so viel als möglich und liess sie dann noch ungefähr 30 Stunden lang in verdünnter Salzsäure liegen. Sie wurden mit Coconfäden mittelst Schleifen und Knoten befestigt, wobei die grösste Vorsicht, namentlich in Bezug auf die Reinheit der Hände und der Unterlage, auf welche die Platten zu liegen kamen, beobachtet wurde. So wurde zunächst die rechtsdrehende Platte befestigt und vor eine einzelne Polspitze in! der Weise gebracht, wie es die Fig. 1 darstellt. a ist der Durchschnittspunkt des Coconfadens mit der Zeichnungsebene. Die Richtung des Coconfadens fiel mit der Richtung einer Nebenaxe zusammen; es lagen somit die Hauptaxe und eine Zwischenaxe horizontal. Der Abstand der Polspitze betrug in der Gleichgewichtslage ungefähr 1–2 mm.

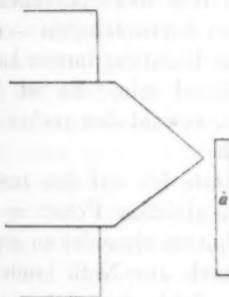


Fig. 1.

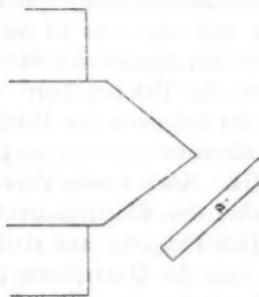


Fig. 2.

Die Spulen des verwendeten Electromagnets bestanden aus 4 mm starkem Kupferdraht, der um die cylindrischen, 32 cm hohen und 6,3 cm dicken Eisenkerne in ungefähr 200 Windungen zu vier Lagen gewickelt war und bei Hintereinanderschaltung der Spulen einen Widerstand von 0,173 Ohm ergab. Als Stromquelle diente eine Kette von sechs kleinen Daniell, von denen je drei nebeneinander geschaltet waren (3 + 3).

Bei dem in Fig. 1 dargestellten Versuche trägt blos der eine Schenkel einen Polschuh und der Strom ging auch

nur durch die Windungen der diesen Schenkel umgebenden Spule.

Wurde der Strom geschlossen, so wurde der der Polspitze zunächst gelegene Theil der Platte abgestossen und die Platte ging in die Gleichgewichtslage Fig. 2 über. Wurde hierauf der Strom unterbrochen, so führte die Platte um die frühere Gleichgewichtslage Schwingungen aus und kam dabei der Polspitze so nahe, dass sie anstiess. Diesen letzten Moment wartete ich nach der ersten oder zweiten Schwingung ab. Kaum war die Platte der Polspitze bis auf eine Entfernung von $\frac{1}{2}$ mm nahe gekommen, so schloss ich plötzlich den Strom; das Anstossen an die Polspitze unterblieb stets, die Platte wurde dabei in ihrer Bewegung nicht nur aufgehalten, sondern deutlich zurückgestossen.

Diese Erscheinung zeigte keine Veränderung, als ich den rechtsdrehenden Bergkristall durch den linksdrehenden ersetzte, und war — es ist wichtig, dies hervorzuheben — stets die gleiche, mochte der Strom welche Richtung immer haben, mochte der Pol ein Nord- oder Südpol sein. Es ist demnach die Substanz des Bergkristalls, sowohl des rechts- wie des linksdrehenden, diamagnetisch.

III. Nach diesen Versuchen setzte ich auf den zweiten Schenkel des Electromagnets einen gleichen Polschuh mit derselben Polspitze und stellte die Spitzen einander so gegenüber, dass die Quarzplatte gerade noch zur Noth hindurchschwingen konnte. Eine Berührung fand aber dabei nicht statt: Reibung und dadurch Aufnahme von feinen Eisentheilchen war somit ausgeschlossen. An der Aufhängung war nichts geändert worden, es fiel wieder die Richtung des Coconfadens mit der Richtung einer Nebenaxe zusammen.

Als ich nun den Strom, der durch beide Spulen hintereinander hindurchging, schloss, da stellte sich die Hauptaxe weder axial, noch äquatorial, sondern schloss mit der Pollinie einen Winkel von ungefähr 20° ein. Noch überraschender war aber die Erscheinung, als ich den Strom wechselte; die Bergkristallplatte verliess ihre Gleichgewichtslage und suchte eine neue auf, welche zur ersteren bezüglich der Pollinie oder der dazu Senkrechten symmetrisch war. Ich

wiederholte diesen Versuch zehn- bis zwölfmal hintereinander und fand immer das Gleiche. Zu bemerken ist nur, dass dieser Versuch unmittelbar nach dem früheren angestellt wurde.

IV. Dies letztere Verhalten der Bergkristalle tritt noch besser in einem homogenen magnetischen Feld hervor. Das von mir benutzte homogene Feld war 6 cm breit, 11 cm hoch und 2,7—4 cm tief. Um die Gleichgewichtslage der Platte bei ungeschlossenem Strom rascher zu erhalten, gab ich ihr eine bifilare Aufhängung von äusserst kleinem Drehmoment und stellte sie zunächst axial (Hauptaxe äquatorial). Wurde der Strom geschlossen, so strebte die Platte einer neuen Gleichgewichtslage zu, bei welcher ihre Hauptaxe mit der axialen Richtung einen Winkel von ungefähr 60° einschloss. Wurde die Stromrichtung gewechselt, so trat eine zur früheren bezüglich der axialen Richtung symmetrische Gleichgewichtslage auf.

Dieser Versuch wurde sehr oft hintereinander wiederholt und immer gleich gefunden. Wäre die Ursache dieser Erscheinung die krystallinische Structur der Substanz allein, dann wäre nicht abzusehen, warum die bei einer bestimmten Stromrichtung auftretende Gleichgewichtslage sich bei plötzlichem Stromwechsel ändert und in eine andere zur axialen Richtung symmetrische Lage übergeht. Die Ursache kann nur eine dauernde Polarität sein.

Ich glaubte anfangs, dass der Bergkristall von Natur aus eine dauernde Polarität besitzt, überzeugte mich aber bald, dass diese Polarität eine unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte erworbene ist. Ich liess nämlich den Quarz unabsichtlich mehrere Tage hindurch frei von seiner Eisenumgebung hängen. Als ich ihn dann wieder in dem eben beschriebenen gleichartigen Felde untersuchte, so erwies sich die dauernde Polarität als winzig klein. Dabei machte ich dieselbe Wahrnehmung wie Plücker bei seinen ersten Versuchen und die Herren Knoblauch und Tyndall, dass nämlich die Hauptaxe der Platte sich fast äquatorial stellte. Die Abweichungen von dieser Lage bei den beiden Stromrichtungen waren unbedeutend.

V. Ist die dauernde Polarität die Folge einer vorhergehenden Magnetisirung, so muss man aus der Art der Magnetisirung die Erscheinungen vorherbestimmen können. Ich brachte die Quarzplatte (die Aufhängung war nicht geändert worden) in die äquatoriale Lage (Hauptaxe axial) und rückte die Eisencylinder der beiden Polschuhe mit ihren ebenen Enden bis hart an die Platte heran. 6 Daniell (3+3) erzeugten den Strom und magnetisirten die Platte in der Richtung der optischen Axe. Behält sie die Polarität nach Unterbrechung des Stromes bei, so muss sie sich, in dem oben beschriebenen homogenen Felde axial (Hauptaxe äquatorial) aufgehängt, so verhalten, wie eine äquatorial hängende Magnetnadel, und zwar in einer durch die Art der Polarisierung genau vorauszusehenden Weise.

Nennen wir diejenige Fläche der Quarzplatte, welche bei der Magnetisirung dem Nordpol gegenüber lag, *A*, die andere dagegen *B*, dann muss, wenn die Polarität im Quarz zufolge der diamagnetischen Beschaffenheit der Substanz die entgegengesetzte von jener in einem magnetischen Körper wäre, die Fläche *A* vom Nordpol abgestossen und vom Südpol angezogen werden und bezüglich *B* das Umgekehrte gelten. Der Versuch zeigte aber das gerade Gegentheil; die Drehung erfolgte in der Weise, wie wenn der Quarz magnetisch wäre, und dies sowohl bei der einen, wie bei der anderen Stromrichtung.

Der Betrag, um welchen die Platte aus der axialen Lage je nach der Polarität des magnetischen Feldes nach der einen oder anderen Richtung hin abgelenkt wurde, war in beiden Fällen derselbe. Er hängt wesentlich von der Stärke der Magnetisirung und derjenigen des magnetischen Feldes ab und stieg mitunter bis auf 50°. Dass die Platte sich nicht äquatorial stellte, hat seinen Grund in dem entgegengesetzten wirkenden Drehungsmoment der bifilaren Aufhängung und in dem ebenfalls entgegengesetzten Drehungsmoment, das bei fehlender Polarität die Hauptaxe äquatorial zu stellen sucht.

Wird die Quarzplatte bei derselben Anordnung in der entgegengesetzten Richtung magnetisiert, so muss

sie sich, falls die frühere Polarität durch die entgegengesetzte dauernd ersetzt wird, entgegengesetzt verhalten. Die Erwartung wurde vollständig bestätigt.

VI. Ich brachte nun die Quarzplatte in die äquatoriale Lage und erzeugte in dem homogenen magnetischen Felde eine Polarität von derselben Art wie jene, durch welche die dauernde Polarität im Bergkristall hervorgerufen wurde. Die Platte zeigte keine Ablenkung. Wurde aber die Platte, während alles andere unverändert blieb, axial gestellt, fest gemacht und magnetisiert (die Magnetisirungsrichtung fiel mit einer Zwischenaxe zusammen), dann zeigte sie, äquatorial gestellt, eine Ablenkung, und zwar in dem Sinne, dass derjenige Theil, welcher bei der Magnetisirung dem Nordpol gegenüberlag, von diesem angezogen und von dem Südpol abgestossen wurde. Die Drehung erfolgte bei der einen Stromrichtung, von oben gesehen, im Sinne des Uhrzeigers, bei der anderen Stromrichtung dagegen im entgegengesetzten Sinne.

Wurde die Platte in der Richtung derselben Zwischenaxe entgegengesetzt magnetisiert, dann war auch die Ablenkungsscheinung die entgegengesetzte; dieselbe Stromrichtung, welcher früher eine Drehung im Sinne des Uhrzeigers entsprach, hatte jetzt die entgegengesetzte Drehung zur Folge und umgekehrt.

Wird die Platte so aufgehängt, dass in der horizontalen Ebene die optische Axe und eine Nebenaxe schwingen können, so kann man durch Magnetisirung in der Richtung dieser Nebenaxe ganz dieselben Erscheinungen hervorbringen.

Auch die anderen Nebenachsen ergaben, in dieser Beziehung untersucht, dasselbe Resultat. Wir können also sagen: Die rechtsdrehende Quarzplatte kann nicht nur in der Hauptaxe, sondern auch in allen dazu senkrechten Richtungen eine dauernde Polarität annehmen.

Ganz dasselbe Verhalten zeigte auch die oben erwähnte linksdrehende Bergkristallplatte. Der Bergkristall ist hiermit der erste diamagnetische Körper, der eine dauernde Polarität zeigt.

VII. Das oben erwähnte Verhältniss des Drehungssinnes zur Art der Polarität im magnetischen Felde, das für den ersten Augenblick auffallend erscheinen könnte, stimmt mit der von Hrn. E. Becquerel (1850) gegebenen Erklärung überein, nach welcher alle Körper magnetisch sind, und der Diamagnetismus nur durch eine grössere magnetische Polarisationsfähigkeit des umgebenden Mediums zu Stande kommt. Eine kurze Betrachtung macht dies noch anschaulicher.

Da der magnetische Polarisationszustand im Bergkrystall sehr schwach ist, so können wir die magnetischen Momente pro Volumeneinheit so bestimmen, als rührten sie blos von den Kräften des magnetischen Feldes her. Das homogene magnetische Feld hat die Eigenschaft, dass die Kraft überall dieselbe Grösse und dieselbe Richtung hat; es wird demnach die Dichtigkeit des freien Magnetismus in den inneren Punkten des Krystals und des denselben umgebenden isotropen Mediums gleich Null sein, dagegen an der Grenzfläche eine magnetische Schicht von der Dicke:

$$\sigma = (\vartheta_1 - \vartheta') \mathfrak{E} a \cos \alpha + (\vartheta_2 - \vartheta') \mathfrak{E} b \sin \alpha$$

aufreten. Hierin bedeutet \mathfrak{E} die Kraft, α den Winkel zwischen dieser Kraft (ihre Richtung sei horizontal) und der Hauptaxe des Krystals, ϑ_1 und ϑ_2 die der Hauptaxe und der dazu senkrechten Richtung zukommenden Polarisationsconstanten, ϑ' die Polarisationskonstante des umgebenden isotropen Mediums und a, b, c die Richtungscosinus der äusseren Normale in dem betrachteten Oberflächenelement, genommen in Bezug auf die Hauptaxe, die verticale und die zu beiden senkrechte Richtung.

Ist der Winkel α von Null verschieden, dann wirkt an dem Krystall ein Drehungsmoment von verticaler Axe und von der Grösse:

$$M = (\vartheta_2 - \vartheta_1) V \mathfrak{E}^2 \sin \alpha \cos \alpha,$$

wobei V das Volumen des Krystals bedeutet. Dieser Werth ergibt sich in derselben Weise, mögen wir ihn mit Berücksichtigung der magnetischen Momente pro Volumeneinheit in den inneren Punkten des Krystals oder mit alleiniger

Berücksichtigung der Oberflächenbelegung berechnen. Bei der zweiten Berechnungsart fällt die Grösse ϑ' , welche in dem Ausdruck für σ auftritt, vollständig aus der Rechnung heraus, ein Zeichen, dass das Drehungsmoment von der Natur des umgebenden isotropen Mediums vollständig unabhängig ist.

Ist $\vartheta_1 > \vartheta_2$, dann besteht für $\alpha = 0$ stabiles, für $\alpha = 90^\circ$ labiles Gleichgewicht. Das Umgekehrte gilt für $\vartheta_1 < \vartheta_2$.

Der in IV beschriebene Versuch hat gezeigt, dass die Bergkrystallplatte, wenn sie keine dauernde Polarität besitzt, sich so stellt, dass die Hauptaxe äquatorial zu liegen kommt; wir müssen daraus schliessen, dass $\vartheta_1 < \vartheta_2$ ist, oder dass die magnetische Polarisationsfähigkeit in der Axenrichtung kleiner als senkrecht dazu ist.

Nach den Untersuchungen des Hrn. Prof. Mach über den Einfluss des Druckes auf die Veränderung der Lichtgeschwindigkeit im Quarz¹⁾ können wir uns den Bergkrystall als einen an sich isotropen Stoff vorstellen, welcher durch einen bei der Krystallisation entwickelten enormen Druck senkrecht zur Axe doppelbrechend geworden ist. Halten wir dies mit dem soeben gewonnenen Resultat zusammen, so können wir sagen, dass die magnetische Polarisationsfähigkeit der Substanz durch jene bei der Krystallisation auftretende enorme Pressung in der Richtung der Pressung vermehrt worden ist.

Was nun den in V beschriebenen Zustand anbelangt, nach welchem sich die dauernd polarisierte Quarzplatte wie ein magnetischer Körper von dauernder Polarität verhält, so müssen wir berücksichtigen, dass für die Richtung der dauernden Polarität entweder $\alpha = 0^\circ$ oder $\alpha = 90^\circ$ war, das Drehungsmoment M somit den Werth Null hatte. Sehen wir von den freien Magnetismen vollständig ab, und fassen wir blos den Polarisationszustand ins Auge, so ergibt sich aus der Annahme, dass der Polarisationszustand im Quarz zum Theil bestehen bleibt, jenes Verhältniss des Drehungssinnes zur Art der Polarität des Feldes ohne weiteres. Das

1) Mach, Wien. Ber. (2) 72. Pogg. Ann. 156. p. 639. 1875.

selbe ergibt sich aber auch, wenn wir blos die freien Magnetismen im Auge haben. Ist $\alpha = 0^\circ$ oder $\alpha = 90^\circ$, dann wird die ganze, dem Nordpol gegenüberliegende Fläche nordpolar, weil ϑ' grösser als ϑ_1 und ϑ_2 ist. Verschwindet aber der Magnetismus in den Magnetkernen, dann verschwindet die Polarisation in dem den Krystall umgebenden Medium und somit der davon herrührende nordmagnetische Anteil der Oberflächenladung des Krystals. Diejenige Flächenpartie, welche früher nordpolar, wird jetzt südpolar und umgekehrt.

Die weitere Untersuchung dieses Gegenstandes, namentlich aber der Frage, ob die dauernde Polarität des Bergkrystals sich nicht etwa auch durch einen Rückstand in der electromagnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichtes zu erkennen gebe, will ich in einer späteren Mittheilung behandeln.

VIII. *Notiz über japanische magische Spiegel;* *von Eug. Blasius.*

Die japanischen magischen Spiegel oder allgemein solche, welche die Eigenschaft besitzen, dass das von ihnen reflektierte Licht, auf einer weissen Wand aufgefangen, in helleren und dunkleren Partien eine Zeichnung wiedergibt, die auf der Rückseite eingeprägt ist, haben seit längerer Zeit das Interesse der Physiker beansprucht.¹⁾ Nach einer Bemerkung des Hrn. Muraoka²⁾, dass dünnes Glas, wie es zu den mikroskopischen Deckplatten benutzt wird, durch Ritzten auf der einen Seite an den den geritzten Stellen gegenüber liegenden concav wird, schienen als Versuchsobjecte die Glasspiegel geeignet, die Hr. Prof. Kundt kürzlich zu anderen Zwecken benutzt hat, nämlich solche dünne Glasscheiben, die auf der einen Seite einen eingearbeiteten Platin-

1) Muraoka, Wied. Ann. 22. p. 246. 1884.

2) Muraoka, l. c.

überzug erhalten hatten. Hr. Muraoka hatte die Concavität seiner Glasspiegel durch Interferenzstreifen nachgewiesen, die er zwischen dem Spiegel und einer planen Glasscheibe erhielt; da ein anderer Nachweis durch die doppelte Reflexion an Vorder- und Hinterfläche ausgeschlossen war. Diesen Nachtheil haben die Platinspiegel nicht, und in der That zeigte sich die Concavität auf der spiegelnden Fläche beim Ritzen der Rückseite an solchen Spiegeln schon beim aufmerksamen Besiehen mit blossem Auge, und zugleich braucht man nur von den Spiegeln reflectirtes Sonnenlicht auf einer Karte, die einige Centimeter vom Spiegel entfernt gehalten wird, aufzufangen, um in helleren Strichen die Zeichnung auf der Rückseite des Spiegels zu erkennen. Schreibt man mit dem Diamant ein Wort auf die Rückseite des Spiegels, so ist es nicht leicht, dasselbe auf der Vorderseite zu entziffern, wegen der umgedrehten Lage der Buchstaben; im reflectirten Lichtschein liegt die Schrift dagegen wieder richtig. Uebrigens fand sich, dass auch der Platinüberzug, obgleich vortheilhaft, doch nicht nothwendig ist. Bei einem gewöhnlichen Deckglasplättchen wird man ohne Schwierigkeit die entstandenen Concavitäten erkennen und kann auch den Versuch mit dem reflectirten Sonnenlicht machen.

Es scheint nicht eine blosse Verletzung der Oberfläche zu genügen; denn bei recht erkennbarer Aetzung mit Flussäure konnte ich die Erscheinung nicht wahrnehmen.

Der Versuch, durch einen Diamantstrich auf der Rückseite des Spiegels Fresnel'sche Spiegel herzustellen, gelang insofern nicht, als die betreffenden allerdings recht schöne Interferenzstreifen zeigten, aber nicht solche, wie sie von der Theorie für zwei sehr wenig gegeneinander geneigte ebene Spiegel gefordert werden. Die Aufeinanderfolge der Streifen war nicht symmetrisch zu einem Mittelstreifen. Diese Abweichung mag ihren Grund darin haben, dass durch den Strich auf der Rückseite die Partieen auf der Vorderseite in der Nähe des Striches gekrümmmt sind.

Phys. Inst. der Univ. Strassburg.

IX. Aërostatische Wage zur Bestimmung der specifischen Gewichte der Gase; von E. Lommel.

Unter der einen kürzer aufgehängten, und unten mit einem Häkchen versehenen Schale einer Wage hängt an einem feinen Draht ein zugeschmolzener Glasballon herab in ein untergestelltes Glasgefäß, dessen eben geschliffener Rand mit einer Glasplatte bedeckt ist, die den Aufhängedraht durch ein kleines Bohrloch in ihrer Mitte frei hindurchgehen lässt. In das Gefäß mündet unten seitlich eine mit Hahn verschliessbare Röhre. Man tarirt den Ballon, während im Gefäß sich Luft befindet. Lässt man nun durch die Röhre irgend ein anderes Gas in das Gefäß einströmen, welches die Luft verdrängt, so senkt sich der Glasballon oder er steigt, je nachdem das Gas specifisch leichter oder schwerer ist, als Luft, weil der Auftrieb, den er durch das umgebende Gas erleidet, in jenem Falle kleiner, in diesem grösser ist, als der Auftrieb durch die atmosphärische Luft. Durch Auflegen von Gewichten auf die jenseitige oder auf die diesseitige Wagschale kann man das Gleichgewicht wieder herstellen, und erfährt dadurch, um wieviel ein dem Ballon gleiches Volumen des Gases weniger oder mehr wiegt, als das nämliche Volumen Luft von gleicher Temperatur und gleichem Druck. Da das Volumen des Glasballons durch Wägen unter Wasser leicht zu ermitteln und das Gewicht eines Cubikcentimeters Luft bekannt ist, so ergibt sich hieraus sofort das specifische Gewicht des Gases auf Luft bezogen.

Ich beschreibe dieses Verfahren hier zunächst als Vorlesungsversuch, durch welchen es gelingt, die Unterschiede der specifischen Gewichte der Gase in einfacher und frappanter Weise zu demonstrieren, und dieselben sogar annähernd zu bestimmen. Schon ein Glasballon von 150 bis 200 ccm Inhalt ist zu diesem Zwecke ausreichend. Man sieht aber leicht ein, dass das Verfahren auch grösserer Genauigkeit fähig ist, und die Gasdichten mit den einfachsten Hülfsmitteln und namentlich ohne Anwendung der Luftpumpe zu ermitteln gestattet.